

## Σκέψου έναν αριθμό

Smile 0386



Προσπάθησε να κάνεις το ίδιο με άλλους αριθμούς, για να το ελέγξεις.  
Πρότεινε σε ένα φίλο σου να κάνει το ίδιο.

Να ένα καινούργιο παιχνίδι:

Ποια είναι η απάντηση;

Μπορείς να επινοήσεις  
ένα παιχνίδι σαν αυτό;

Σκέψου έναν αριθμό.

Πρόσθεσε 2.

Πολλαπλασίασε με το 3.

Αφαίρεσε 6.

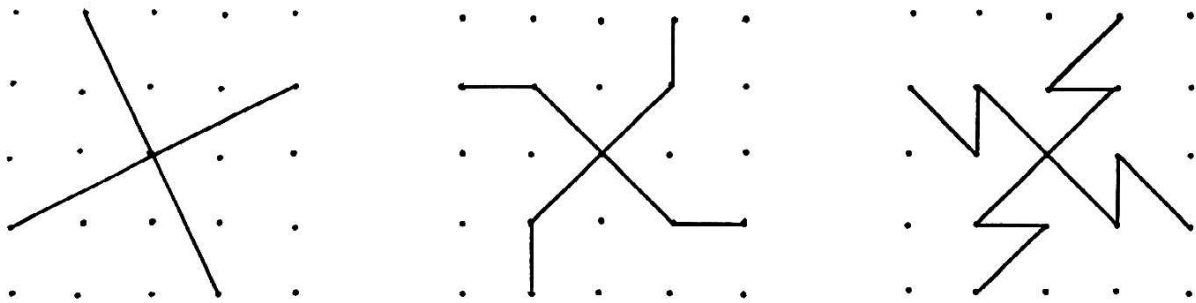
Διάρρησε με το 3.

Αφαίρεσε τον αριθμό που σκέφτηκες στην αρχή.

Θα χρειαστείς τετραγωνισμένο χαρτί με τελείες.

Smile 0387

## Τέταρτα



**Να βρεις όσους περισσότερους τρόπους μπορείς, για να χωρίσεις ένα πλέγμα 5X5 σε 4 ίσα μέρη.**

*Να σχεδιάσεις τις απαντήσεις σου σε τετραγωνισμένο χαρτί με τελείες.*

# Δυνάμεις

Smile 0388

Να συμπληρώσεις την παρακάτω σειρά δυνάμεων του 2 στο τετράδιό σου.

1.  $2^1 = 2$   
 $2^2 = 2 \times 2 = 4$   
 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$   
 $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$   
 •  
 •  
 •  
 •  
 •  
 •  
 $2^{12} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 4096$

2. Να χρησιμοποιήσεις την παραπάνω σειρά δυνάμεων του 2, για να κάνεις τις παρακάτω πράξεις:

- |  |                             |
|--|-----------------------------|
| (α) $2^4 \times 2^6$   | (β) $2^3 \times 2^7$        |
| $= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$ | (γ) $2^5 \times 2^5$        |
| $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$     | (δ) $2^2 \times 2^8$        |
| $= 2^{10}$   | (ε) $16 \times 256$         |
| $= \blacksquare$   | (ζ) $8 \times 32 \times 16$ |

3. Τώρα, προσπάθησε να κάνεις τα παρακάτω:

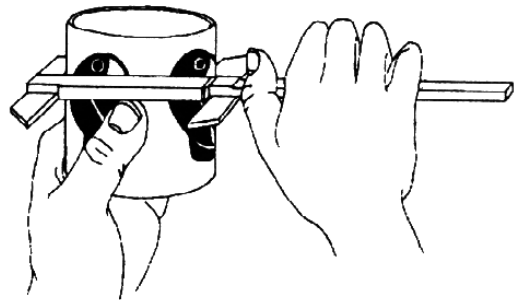
- |  |                          |
|--|--------------------------|
| (α) $\frac{2^9}{2^6}$  | (β) $\frac{2^{12}}{2^8}$ |
| $= \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$   | (γ) $\frac{2^{11}}{2^4}$ |
| $= \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times 2 \times 2}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2}}$ | (δ) $\frac{1024}{512}$   |
| $= 2 \times 2 \times 2$  | (ε) $\frac{512}{32}$     |
| $= 2^3$  |                          |
| $= \blacksquare$   |                          |

4. Να κατασκευάσεις μια σειρά δυνάμεων του 3, για να κάνεις τις παρακάτω πράξεις:

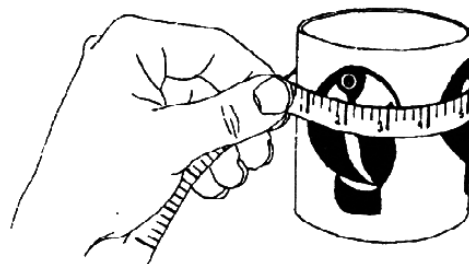
- |                     |                    |                      |                        |
|---------------------|--------------------|----------------------|------------------------|
| (α) $243 \times 27$ | (β) $81 \times 81$ | (γ) $\frac{729}{81}$ | (δ) $\frac{2187}{243}$ |
|---------------------|--------------------|----------------------|------------------------|

Smile 0392

## Περιφέρεια κύκλου



Να μετρήσεις τη διάμετρο μερικών κυκλικών αντικειμένων.



Να μετρήσεις την περιφέρειά τους.

Να εξετάσεις τις απαντήσεις σου.

Με ποιον αριθμό μπορείς να πολλαπλασιάσεις τη διάμετρο για να έχεις αποτέλεσμα περίπου ίσο με την περιφέρεια του κύκλου;



## ΘΗΛΙΕΣ

Εάν αυτό είναι ένας κόμβος  
Και αυτό είναι ένα τόξο



Τότε θα υπήρχε μόνο ένας τρόπος να σχεδιάσουμε έναν κόμβο και ένα τόξο  
(χωρίς να αφήνουμε ελεύθερα άκρα):



Ένας κόμβος και δύο τόξα θα μας έδιναν:



ή



Πόσα διαφορετικά διαγράμματα μπορείς να σχηματίσεις με:

1 κόμβο και 3 τόξα

1 κόμβο και 4 τόξα;

•

•

•

•

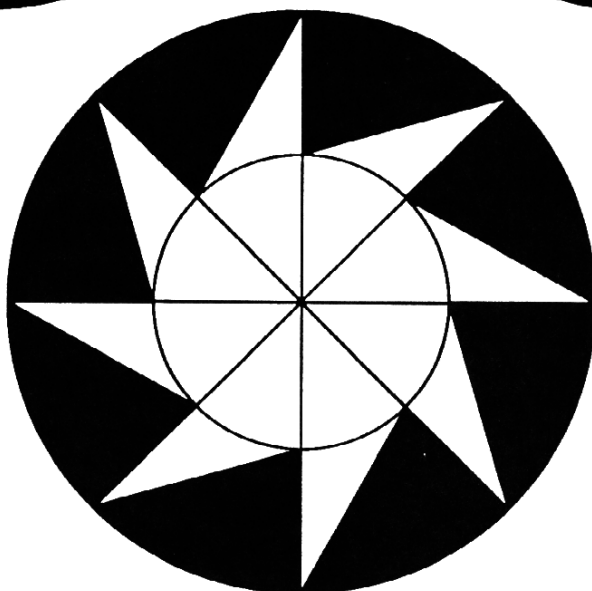
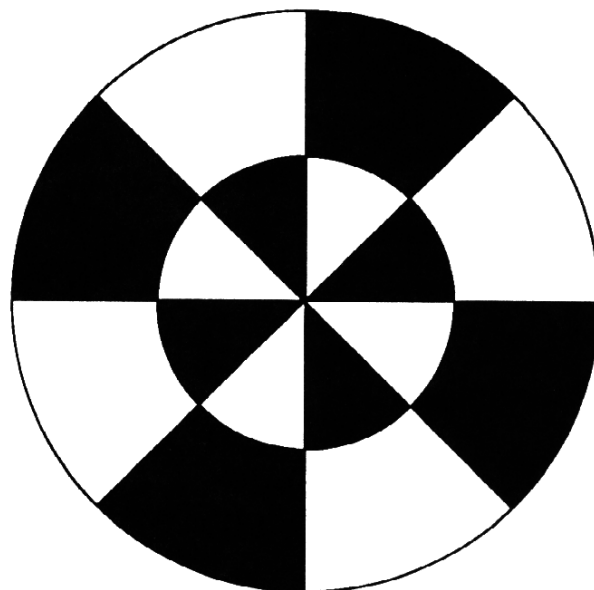
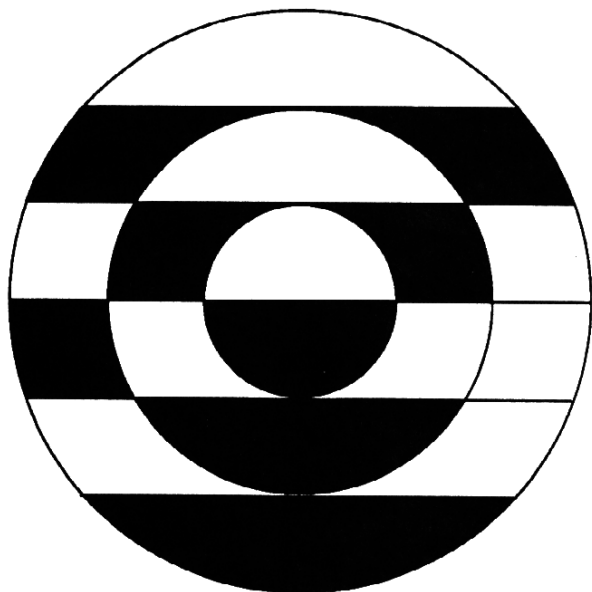
κ.λπ.

Smile 0394

## Ομόκεντροι κύκλοι

Θα χρειαστείς διαβήτη και μογιές.

Σε κάθε σχέδιο χρησιμοποιούνται ομόκεντροι κύκλοι (κύκλοι που έχουν το ίδιο κέντρο).



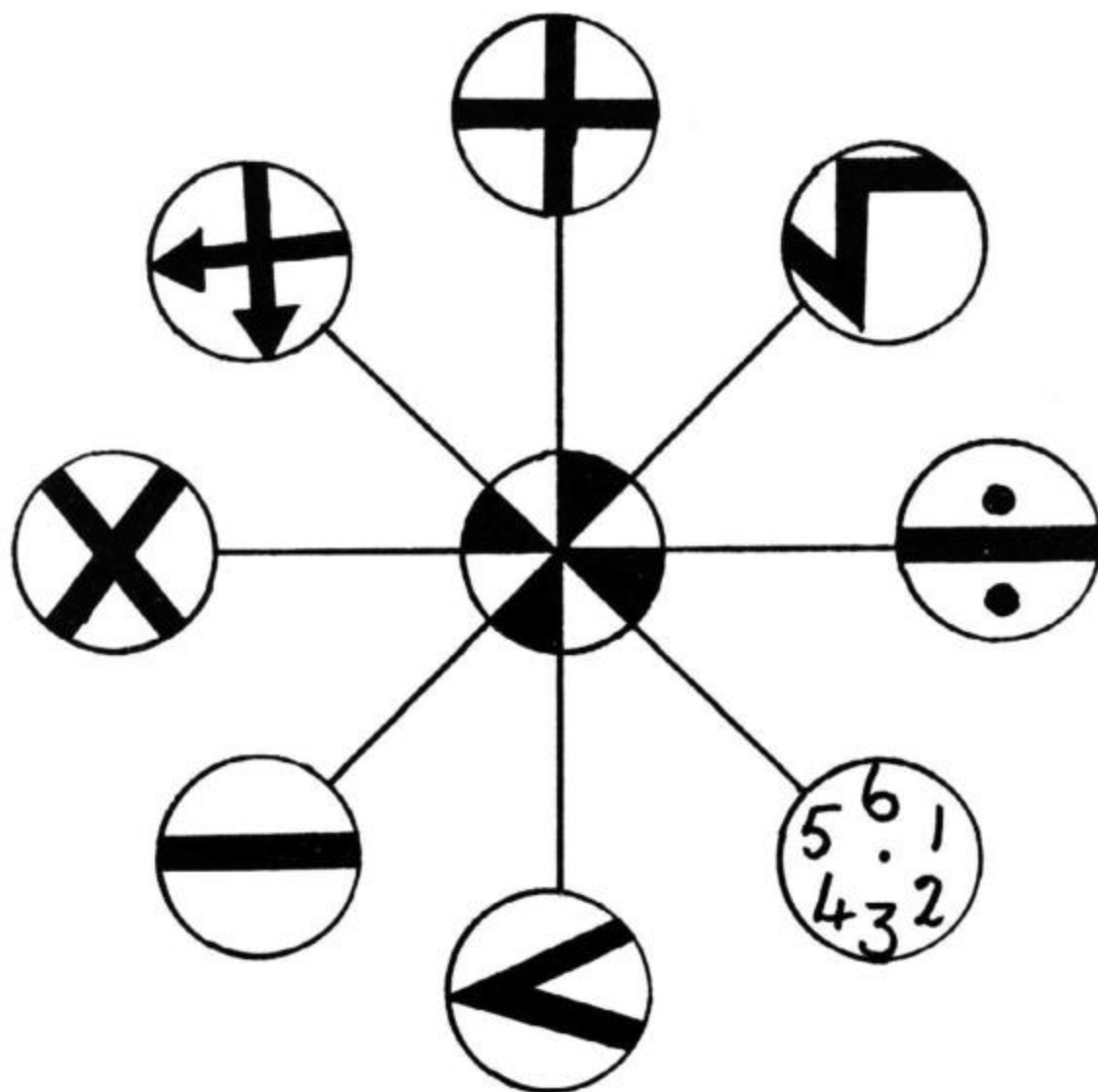
Να αντιγράψεις αυτά τα σχήματα ή να φτιάξεις μερικά δικά σου.

smile

Θα χρειαστείς τις κάρτες  
Α, Β, C, D, την κάρτα S, τις κάρτες E, F, G, H, J, K.

**0397**

## Πράξεις



Να εργαστείς με τις δραστηριότητες που υπάρχουν σε αυτό το βιβλιαράκι,  
με τη σειρά που εμφανίζονται.

### Αριθμητική του ρολογιού



(1) Να σχεδιάσεις ένα ρολόι. Αν τώρα η ώρα είναι 10, τότε μετά από πέντε ώρες θα είναι 3 ακριβώς. Επομένως,.....

$$10 \oplus 5 = 3$$

(2) Αν τώρα είναι 9 η ώρα, πόσο θα είναι μετά από 7 ώρες;

Να σημειώσεις:  $9 \oplus 7 = 4$

(3) Αν είναι 4 η ώρα τώρα, τι ώρα θα είναι, αν περάσουν 10 ώρες;

Να σημειώσεις:  $4 \oplus 10 = \blacksquare$

(4) Να υπολογίσεις τα παρακάτω:-

(α)  $6 \oplus 7$

(γ)  $2 \oplus 6$

(ε)  $7 \oplus 7$

(β)  $11 \oplus 4$

(δ)  $8 \oplus 5$

(στ)  $12 \oplus 12$

(5) Να ελέγξεις τις απαντήσεις σου μέχρι τώρα. Όλες βρίσκονται στον πίνακα πράξεων στη σελίδα 3.

(6) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα:-

Δεύτερος αριθμός

⊕	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1												
2						8						
3												
4										2		
5												
6							1					
7							2					
8				1								
9							4					
10				3								
11			3									
12												12

Πρώτος αριθμός

(7) Να φτιάξεις έναν κατάλογο με όλους τους αριθμούς που βρίσκονται στον πίνακα.

(8) Να διαβάσεις το παρακάτω προσεκτικά και να το αντιγράψεις:

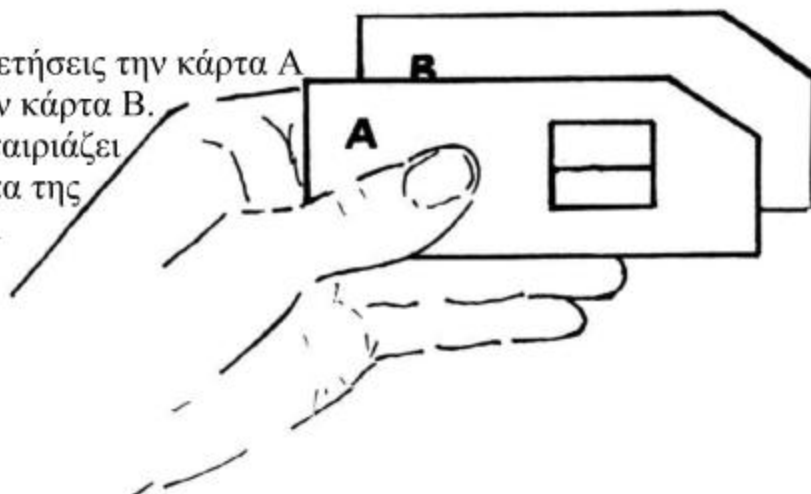
Όλοι οι αριθμοί στον πίνακα προέρχονται από το σύνολο των αριθμών του ρολογιού, επομένως αυτό το σύνολο είναι ΚΛΕΙΣΤΟ ως προς την πράξη της πρόσθεσης ⊕

(9) Μερικοί λένε ότι στον Άρη τα ρολόγια είναι 7 ωρών. Να σχεδιάσεις ένα ρολόι σαν αυτά που υπάρχουν στον Άρη, να κατασκευάσεις έναν πίνακα για την "πρόσθεση" και να αποφασίσεις αν το σύνολο {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} είναι κλειστό ως προς αυτήν την πράξη ή όχι.

## Χρησιμοποιώντας κάρτες

Να χρησιμοποιήσεις τις κάρτες A, B, C και D.

- (1) Να τοποθετήσεις την κάρτα A πάνω στην κάρτα B. Η τρύπα ταιριάζει στην τρύπα της κάρτας D.



- (2) Να τοποθετήσεις την κάρτα B πάνω στην κάρτα C. Σε ποια κάρτα ταιριάζει η καινούργια τρύπα;

- (3) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα πράξεων:



		Δεύτερη κάρτα		
Πάνω σε	A	B		
A		D		
B			B	

- (4) Είναι το σύνολο  $\{A, B, C, D\}$  κλειστό ως προς την πράξη "πάνω σε";

(5) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τα παρακάτω:-

C πάνω στην A =	■	A πάνω στη C =	■
C πάνω στη B =	■	B πάνω στη C =	■
C πάνω στη C =	■	C πάνω στη C =	■
C πάνω στη D =	■	D πάνω στη C =	■

(6) Ποια κάρτα συνδυάζεται με οποιαδήποτε από τις άλλες κάρτες χωρίς να αλλάζει την τρύπα;  
Αυτή αποτελεί το ουδέτερο στοιχείο.

(7) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις:-

■ Είναι το ουδέτερο στοιχείο του συνόλου { A, B, C, D }  
ως προς την πράξη " πάνω σε" γιατί δεν προκαλεί καμιά αλλαγή

(8) Να παρατηρήσεις τον πίνακα. Ποιο είναι το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό της σειράς και της στήλης που περιέχουν το ουδέτερο στοιχείο;



(9) Ποιο είναι το ουδέτερο στοιχείο για τον πίνακα στη σελίδα 3;

(10) Ποιο είναι το ουδέτερο στοιχείο για τους αριθμούς του ρολογιού στον Άρη ως προς την πράξη της "πρόσθεσης";

### Περιστροφές

Smile 0397

Αυτό το τμήμα αναφέρεται στην περιστροφή της τετράγωνης κάρτας S γύρω από το κέντρο της κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

(1) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις:

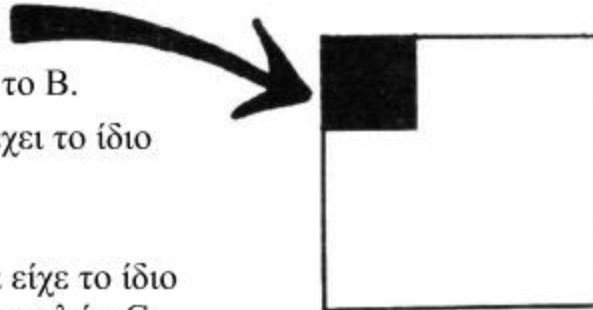
A	Να περιστρέψεις κατά $90^\circ$	
B	Να περιστρέψεις κατά $180^\circ$	
C	Να περιστρέψεις κατά $270^\circ$	
D	Να περιστρέψεις κατά $360^\circ$	

(2) Να ξεκινήσεις ως εξής:

(3) Να κάνεις το A και μετά το B.

(4) Να ελέγξεις αν το C θα έχει το ίδιο αποτέλεσμα.

(5) Ποια μοναδική εντολή θα είχε το ίδιο αποτέλεσμα με τη σειρά εντολών C, ακολουθούμενο από το B;



(6) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις το διπλανό πίνακα της πράξης.

(7) Είναι το σύνολο  $\{A, B, C, D\}$  κλειστό ως προς την εντολή "ακολουθούμενο από";  
Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.

		Δεύτερη εντολή			
		A	B	C	D
Πρώτη εντολή	A				
	B				
	C		A		
	D				

(8) Ποιο είναι το ουδέτερο στοιχείο του συνόλου  $\{A, B, C, D\}$ ;  
Να εξηγήσεις την απάντησή σου.



### Κοινή Πρόσθεση

(1) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τους παρακάτω πίνακες πρόσθεσης.

+	1	3	5	7
1				
3		6		
5				12
7				

+	0	2	4	6
0				
2		4		
4				10
6				

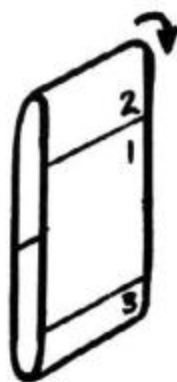
- (2) Είναι το σύνολο  $\{1, 3, 5, 7\}$  κλειστό ως προς την πρόσθεση;  
(3) Είναι το σύνολο  $\{0, 2, 4, 6\}$  κλειστό ως προς την πρόσθεση;  
(4) Υπάρχει ουδέτερο στοιχείο για το σύνολο  $\{1, 3, 5, 7\}$  ως προς την πρόσθεση;  
Αν ναι, ποιο είναι;  
(5) Υπάρχει ουδέτερο στοιχείο για το σύνολο  $\{0, 2, 4, 6\}$  ως προς την πρόσθεση;  
Αν ναι, ποιο είναι;

---

(6) Να εξετάσεις αν ισχύουν τα παρακάτω για τα σύνολα  $\{1, 3, 5, 7\}$  και  $\{0, 2, 4, 6\}$  ως προς τον ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟ:

- (α) είναι τα σύνολα κλειστά;  
(β) έχουν ουδέτερα στοιχεία;

Η κατασκευή των πινάκων της πράξης θα σε βοηθήσει.



### Περιστρεφόμενος πίνακας

- Πράξη A: να μετακινηθείς κατά 1 πίνακα  
Πράξη B: να μετακινηθείς κατά 2 πίνακες  
Πράξη C: να μετακινηθείς κατά 3 πίνακες

Για δύο πράξεις που συνδυάζονται,  
ο πίνακας είναι ο ακόλουθος:

	Δεύτερη πράξη			
	*	A	B	C
Πρώτη πράξη	A	B	C	A
	B	C	A	B
	C	A	B	C

- (1) Να αντιγράψεις τον πίνακα.  
(2) Είναι το σύνολο  $\{A, B, C\}$   
κλειστό ως προς την πράξη \*;  
(3) Να εξηγήσεις γιατί η πράξη C είναι το ουδέτερο στοιχείο.  
(4) Να σκιάσεις το κάθε τετράγωνο, στο οποίο εμφανίζεται  
το ουδέτερο στοιχείο C.

- (5) Να αντιγράψεις και να  
συμπληρώσεις τα εξής:-

$$A * B = \blacksquare$$
$$B * A = \blacksquare$$

Οι πράξεις A και B συνδυάζονται με οποιαδήποτε σειρά για να προκύψει η πράξη C, το ουδέτερο στοιχείο. Επομένως, οι A και B είναι ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΕΣ η μία της άλλης.

- (6) Να αντιγράψεις το παραπάνω και να βρεις την αντίστροφη της πράξης C.  
(7) Στον πίνακα στη σελίδα 6, ποιο είναι το αντίστροφο στοιχείο του A;  
(8) Στον πίνακα στη σελίδα 3, ποιο είναι το αντίστροφο στοιχείο του 7;

### Υπόλοιπα

Δεύτερος αριθμός

$\otimes$	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3					1	
4						
5						
6		5				

Πρώτος αριθμός

Το σύμβολο  $\otimes$  σημαίνει να πολλαπλασιάσεις, στη συνέχεια να διαιρέσεις με το 7 και να βρεις το υπόλοιπο.

$$6 \times 2 = 12$$

$$12 : 7 = 1, \text{ υπόλοιπο } 5$$

$$3 \times 5 = 15$$

$$15 : 7 = 2, \text{ υπόλοιπο } 1$$

(1) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον πίνακα.

(2) Είναι το σύνολο  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  κλειστό ως προς την πράξη  $\otimes$  ;

(3) Ποιος αριθμός αποτελεί το ουδέτερο στοιχείο;

(4) Να γράψεις τους έξι αριθμούς του συνόλου μαζί με τους αντιστρόφους τους.

---

Το σύμβολο  $\boxtimes$  σημαίνει να πολλαπλασιάσεις, στη συνέχεια να διαιρέσεις με το 4 και να βρεις το υπόλοιπο.

(5) Να φτιάξεις έναν πίνακα για το σύνολο  $\{1, 2, 3\}$  για την πράξη  $\boxtimes$

(6) Να γράψεις ό,τι γνωρίζεις γι' αυτό το σύνολο ως προς τη συγκεκριμένη πράξη σχετικά με:

α) την κλειστότητα    β) το ουδέτερο στοιχείο    γ) τους αντίστροφους αριθμούς

Μια άσκηση

Smile 0397

Για τον καθένα από τους παρακάτω πίνακες:

(α) είναι το σύνολο κλειστό ως προς την πράξη;

(β) ποιο στοιχείο του συνόλου, αν υπάρχει κάποιο, αποτελεί το ουδέτερο στοιχείο;

(γ) να γράψεις τους αντίστροφους όλων των στοιχείων, αν υπάρχουν.

(1)

	X	Y	Z
X	Z	X	Y
Y	X	Y	Z
Z	Y	Z	X

(2)

	p	q	r
p	p	r	q
q	r	q	p
r	q	p	r

(3)

	5	6	7	8
5	7	8	5	4
6	4	7	6	5
7	5	6	7	8
8	8	4	8	7

(4)

	A	B	C	D
A	A	B	C	D
B	B	D	A	C
C	C	A	D	B
D	D	C	B	A

(5) Να κατασκευάσεις έναν πίνακα πράξης για το σύνολο

{K, L, M} ως προς την πράξη  $\odot$ , αν:

✓ M είναι το ουδέτερο στοιχείο

✓ K και L είναι το ένα αντίστροφο στοιχείο του άλλου

$$\checkmark K \odot K = L \quad \text{και} \quad L \odot L = K$$

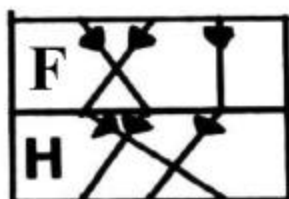
## Μεταθέσεις

Να χρησιμοποιήσεις τις κάρτες E, F, G, H, J, K. Αυτές οι κάρτες δείχνουν πώς ο Άκης, ο Μάκης και ο Γιάννης, οι οποίοι κάθονται σε σειρά, μπορούν να αλλάξουν θέσεις.



Να χρησιμοποιήσεις τρία πούλια διαφορετικού χρώματος, για να δεις πώς λειτουργούν οι κάρτες.

Κάθε μέρα ο Άκης, ο Μάκης και ο Γιάννης ξεκινούν από τις ίδιες θέσεις.



Μια μέρα μετακινήθηκαν με βάση τη διαδικασία F, ακολουθούμενη από τη διαδικασία H.

Την επόμενη μέρα χρησιμοποίησαν μόνο τη διαδικασία G.



ΝΑ ΕΛΕΓΞΕΙΣ ΑΝ ΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ ΗΤΑΝ ΤΟ ΙΔΙΟ

- (1) Να σχεδιάσεις έναν πλήρη πίνακα πράξης για το σύνολο  $\{E, F, G, H, J, K\}$  ως προς την πράξη "ακολουθούμενη από".
- (2) Να γράψεις ό,τι γνωρίζεις για τα παρακάτω:
  - (α) αν το σύνολο είναι κλειστό ή όχι
  - (β) το ουδέτερο στοιχείο (αν υπάρχει)
  - (γ) τα αντίστροφα των στοιχείων του συνόλου και τα αυτο-αντίστροφα.

$$4 + 3 \times 2$$



Πόσο κάνει  
 $4 + 3 \times 2$ ;



4 και 3 κάνει 7  
7 επί 2 κάνει 14



3 φορές το 2  
κάνει 6  
4 και 6 κάνει 10

Η απάντηση είναι 10 ή 14;

Και οι δύο απαντήσεις θα μπορούσαν να είναι σωστές.  
Εξαρτάται από πού θα αρχίσεις.

Οι παρενθέσεις χρησιμοποιούνται για να δείξουν ποια πράξη θα γίνει πρώτη.

$\begin{aligned} & (4 + 3) \times 2 \\ & = 7 \times 2 \\ & = 14 \end{aligned}$	$\begin{aligned} & 4 + (3 \times 2) \\ & = 4 + 6 \\ & = 10 \end{aligned}$
--	---

Να παρατηρήσεις τα αποτελέσματα που θα πάρεις τοποθετώντας τις παρενθέσεις σε διαφορετικές θέσεις στα παρακάτω:

1.  $2 + 3 \times 4$
2.  $10 - 2 + 3$
3.  $4 \times 5 + 6 - 5$
4.  $16 - 8 - 4 - 2 - 1$

Γύρισε σελίδα

$$\begin{aligned} \text{Παράδειγμα} \quad & 6 : (12 - 9) \\ & = 6 : 3 \\ & = 2 \end{aligned}$$

Να υπολογίσεις τα παρακάτω:

5.  $5 \times (3 + 4)$       6.  $3 \times (8 - 5)$   
7.  $(10 - 7) \times 8$       8.  $8 : (20 : 5)$   
9.  $10 \times (10 : 10)$       10.  $(5 \times 3) + (10 - 7)$   
11.  $(100 - 96) - (100 - 97)$

Όταν μία παρένθεση βρίσκεται μέσα σε μία άλλη βρίσκουμε πάντα πρώτο το αποτέλεσμα των πράξεων στην εσωτερική παρένθεση.

$$\begin{aligned} \text{Παράδειγμα} \\ & (3 \times (2 + 6)) + 8 \\ & = (3 \times 8) + 8 \\ & = 24 + 8 \\ & = 32 \end{aligned}$$

Να βρεις τα παρακάτω:

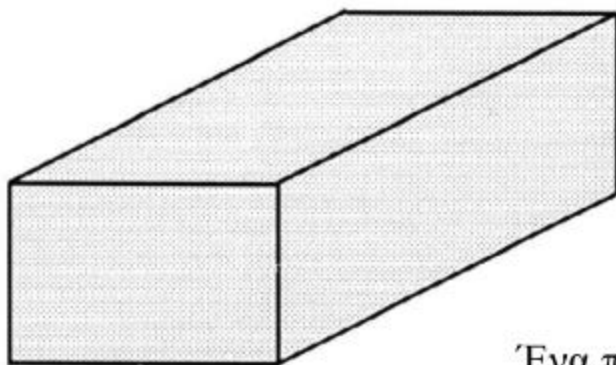
12.  $((3 + 5) \times 2) + 7$       13.  $2 \times (13 - (15 : 3))$   
14.  $16 : (16 : (16 : 8))$

Να τοποθετήσεις τις παρενθέσεις στη σωστή θέση.

15.  $5 \times 4 - 1 = 19$       16.  $2 + 3 \times 10 = 32$   
17.  $24 : 6 + 2 = 3$       18.  $10 - 5 \times 2 + 7 = 45$

## ΚΥΒΟΙ

Πόσα διαφορετικά μεταξύ τους στερεά μπορείς να κατασκευάσεις χρησιμοποιώντας για το καθένα **24** κύβους;



Ένα παραλληλεπίπεδο

- Ποιο στερεό έχει το μεγαλύτερο συνολικό εμβαδόν επιφάνειας;
- Ποιο στερεό έχει το μικρότερο συνολικό εμβαδόν επιφάνειας;
- Ποιο στερεό έχει το μεγαλύτερο συνολικό μήκος ακμών;
- Ποιο στερεό έχει το μικρότερο συνολικό μήκος ακμών;

Να δοκιμάσεις τώρα με **36** κύβους.

Τι θα συμβεί, αν χρησιμοποιήσεις **48** κύβους;

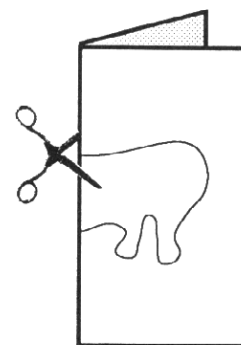
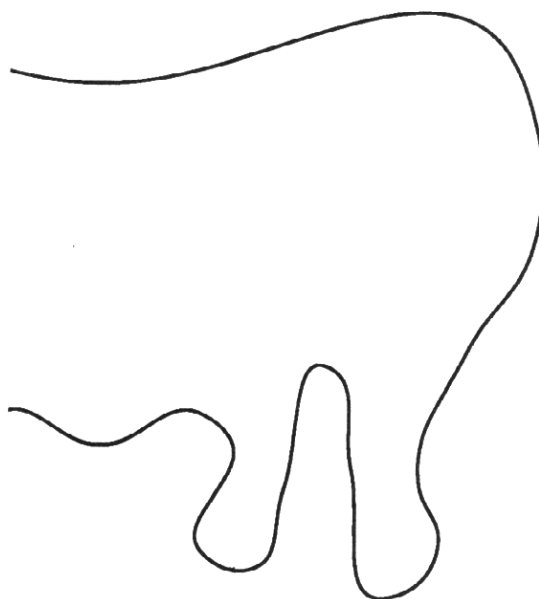


Προσπάθησε να φτιάξεις  
τουλάχιστον τρία δικά σου  
σχήματα, τα οποία να έχουν  
έναν άξονα συμμετρίας.

Smile 0400

## Πτυσσόμενη συμμετρία

Να παρουσιάσεις την εργασία σου.



Να διπλώσεις ένα τετράγωνο  
χαρτί στη μέση.

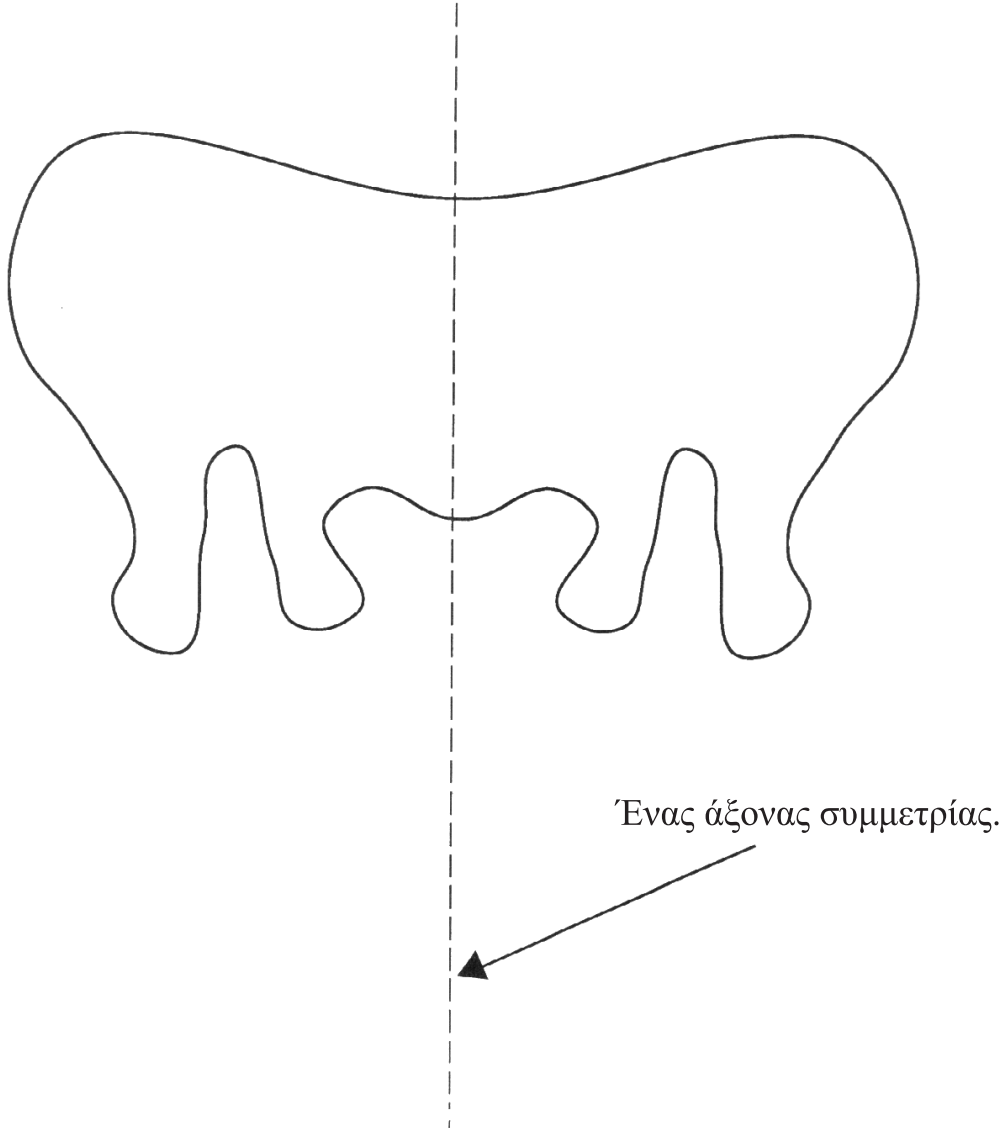
Να σχεδιάσεις ένα σχήμα,  
το οποίο να ξεκινάει από την τσάκιση.

Να κρατήσεις το χαρτί  
διπλωμένο και να κόψεις  
το σχήμα.

Να ξεδιπλώσεις το χαρτί.

## Smile 0400

Θα πρέπει να έχει σχηματιστεί το παρακάτω.



Γύρισε σελίδα



## Πρόσθεση κλασμάτων



Θέλουμε να προσθέσουμε

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$$

Πώς μπορείς να προσθέσεις τρίτα με τέταρτα;



Θα μπορούσες να χρησιμοποιήσεις ισοδύναμα κλάσματα.



$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = \dots$$

και

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20} = \dots$$

ΥΠΑΡΧΟΥΝ ΔΩΔΕΚΑΤΑ ΚΑΙ ΣΤΙΣ ΔΥΟ ΣΕΙΡΕΣ

$$\frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$$

έτσι:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{11}{12}$$

1.  $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} \dots$

$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} \dots$

έτσι:  $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{\blacksquare}{10} + \frac{\blacksquare}{10} = \frac{\blacksquare}{\blacksquare}$

2.  $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

5.  $\frac{1}{6} + \frac{2}{3}$

8.  $\frac{5}{6} + \frac{8}{9}$

3.  $\frac{1}{2} + \frac{3}{5}$

6.  $\frac{3}{4} + \frac{4}{5}$

9.  $\frac{5}{7} + \frac{3}{5}$

4.  $\frac{4}{7} + \frac{1}{3}$

7.  $\frac{3}{8} + \frac{7}{12}$

10.  $\frac{1}{7} + \frac{1}{8}$

## Αλυσίδα παραγόντων

**10**



**8**



**7**



**1**

{ παράγοντες του 10, εκτός του 10 } = {1, 2, 5}

$$1 + 2 + 5 = 8 \quad \mathbf{10 \rightarrow 8}$$

{ παράγοντες του 8, εκτός του 8 } = {1, 2, 4}

$$1 + 2 + 4 = 7 \quad \mathbf{10 \rightarrow 8 \rightarrow 7}$$

{ παράγοντες του 7, εκτός του 7 } = {1}

$$\mathbf{10 \rightarrow 8 \rightarrow 7 \rightarrow 1}$$

**10 → 8 → 7 → 1** είναι μια αλυσίδα παραγόντων.

- Να κατασκευάσεις αλυσίδες παραγόντων για διαφορετικούς αριθμούς.
- Προσπάθησε να βρεις κάποιους γενικούς κανόνες, για να εξοικονομήσεις χρόνο.

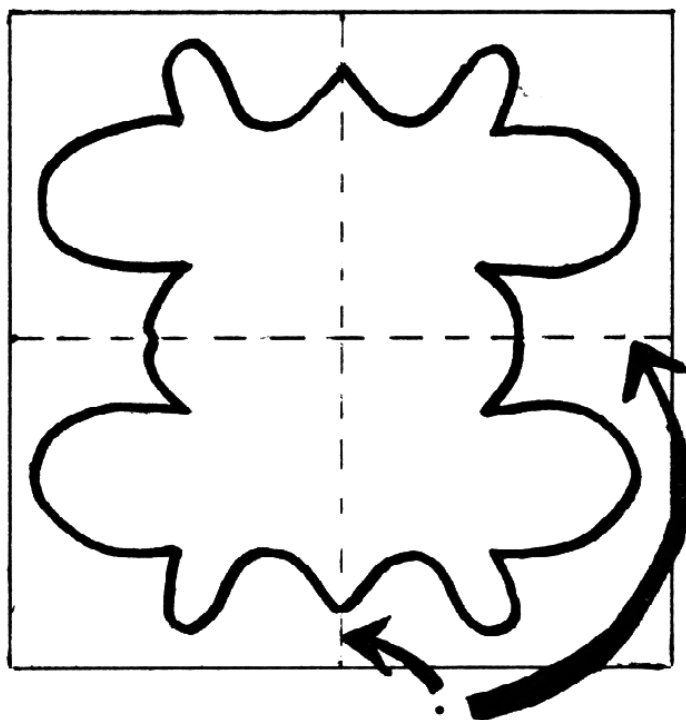
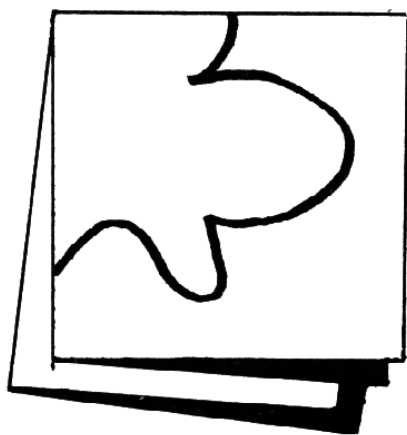
## Smile 0406

Θα χρειαστείς αυτοκόλλητα τετραγωνάκια.

### Διπλή τσάκιση

Να διπλώσεις ένα τετράγωνο χαρτί δύο φορές.  
Να φτιάξεις ένα σχέδιο από τσάκιση σε τσάκιση.  
Να κρατήσεις το χαρτί διπλωμένο και να κόψεις το σχήμα.

Να το ανοίξεις.



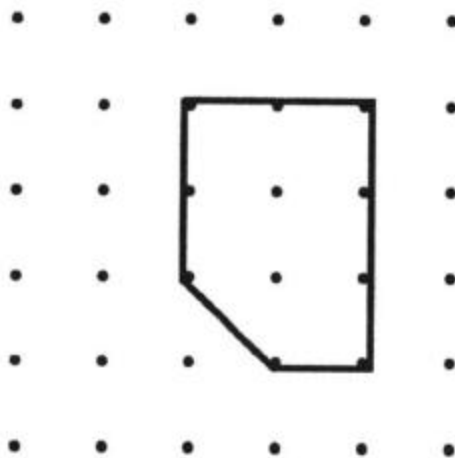
Δύο άξονες συμμετρίας.

Να κάνεις το ίδιο με άλλα σχέδια ή διπλώνοντας περισσότερες φορές το ίδιο χαρτί.

## Καρφάκια

Θα χρειαστείς έναν πίνακα με καρφάκια και λαστιγάκια.

- Να σχηματίσεις ένα σχήμα στον πίνακα με τα καρφάκια, χρησιμοποιώντας ένα λαστιγάκι.



Σε πόσα καρφάκια ακουμπάει το λαστιγάκι;

Πόσα καρφάκια υπάρχουν στο εσωτερικό του;

Ποιο είναι το εμβαδόν της επιφάνειας του σχήματος;

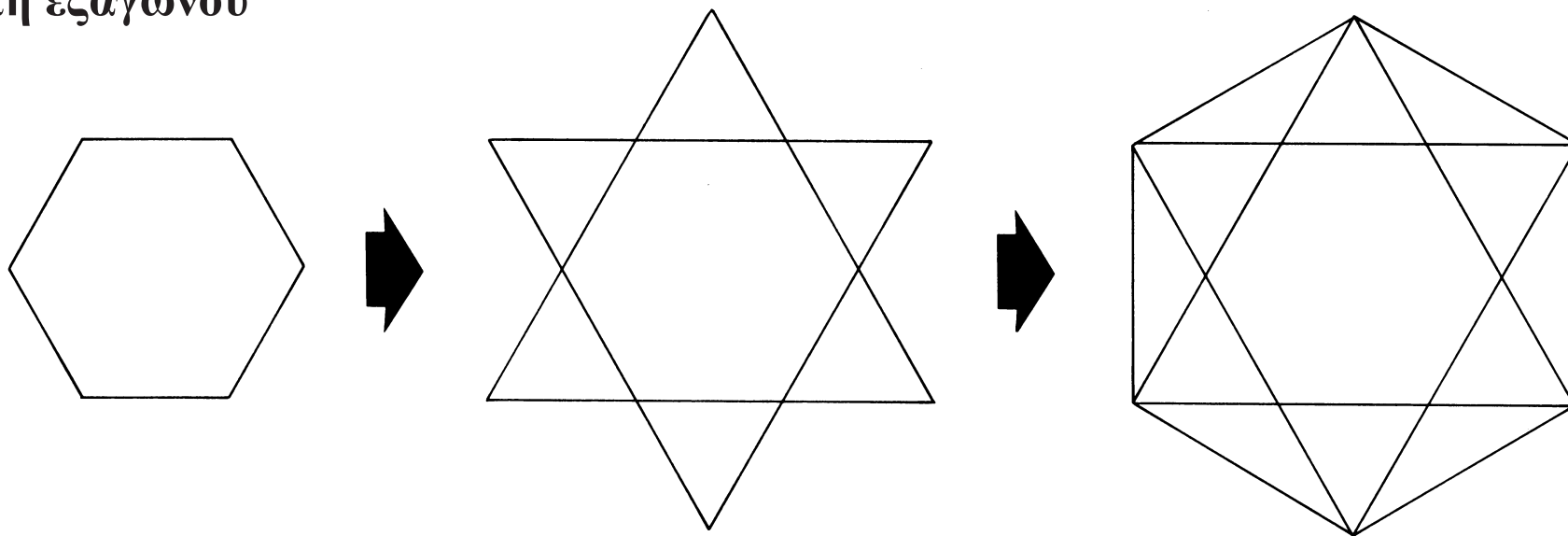


- Να σχεδιάσεις άλλα σχήματα και να εξετάσεις αν μπορείς να βρεις κάποια σχέση ανάμεσα στον αριθμό από καρφάκια και στο εμβαδόν της επιφάνειας του σχήματος.

## Smile 0411

Θα χρειαστείς ισομετρικό χαρτί.

### Τομή εξαγώνου



1. Να σχεδιάσεις ένα κανονικό εξάγωνο.

2. Να επεκτείνεις τις πλευρές του για να φτιάξεις το παραπάνω σχήμα.

3. Να ενώσεις τις «κορυφές» του σχήματος αυτού.  
Τι σχήμα προκύπτει;

4. Να κόψεις τα 13 κομμάτια και να τα χρησιμοποιήσεις για να φτιάξεις 3 χωριστά εξάγωνα.  
Να τα κολλήσεις στο τετράδιό σου.



Smile 0412

## Κλειστές αλυσίδες

- Να ξεκινήσεις με δύο τυχαίους αριθμούς, μικρότερους από το 10.

Π.χ. **1** και **5**

- Να αντιγράψεις αυτή την ακολουθία αριθμών:

**1** και **5** → **6** → **1** → **7** → **8** → **5**  
**?** ← **1** ← **8** ← **3** ↙

- Να εξηγήσεις τον τρόπο με τον οποίο συμπληρώνονται οι αριθμοί.
- Να συνεχίσεις την ακολουθία. Μπορεί να συνεχίζεται για πάντα;

Να διερευνήσεις τι συμβαίνει και με άλλα τέτοια ζεύγη αριθμών.

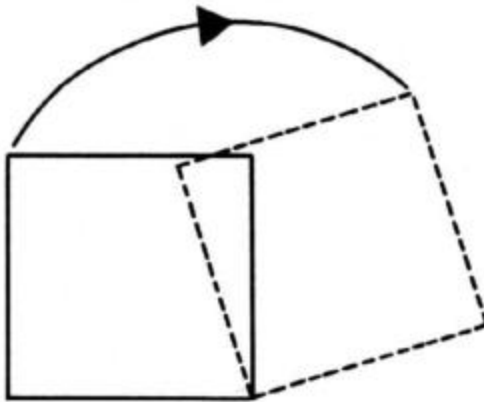
- Να αναφέρεις τις κανονικότητες που θα παρατηρήσεις.
- Πόσες διαφορετικές αλυσίδες υπάρχουν;

Θα χρειαστείς χαρτόνι και ψαλίδι.

Smile 0415

## Ακολουθήσε το μονοπάτι

Να κόψεις ένα τετράγωνο από χαρτόνι. Να το περιστρέψεις κατά μήκος μιας ευθείας γραμμής.



Ποια διαδρομή ακολουθεί μια από τις γωνίες του τετραγώνου;

Ποια διαδρομή ακολουθεί το κέντρο του τετραγώνου;

Προσπάθησε να κάνεις το ίδιο με άλλα σχήματα.

Σχήματα που περιστρέφονται γύρω από άλλα σχήματα;

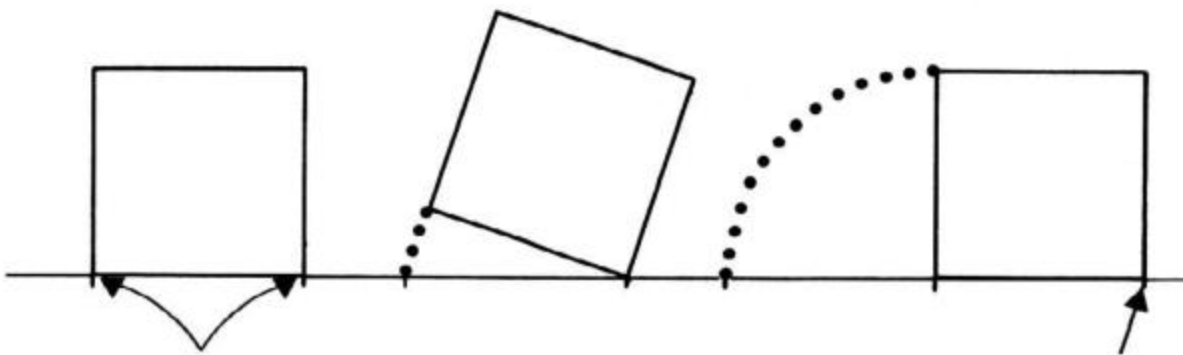
Να το διερευνήσεις.

Στο πίσω μέρος της κάρτας δίνονται κάποιες πληροφορίες που θα σε βοηθήσουν να φτιάξεις τα σχήματα.

Smile 0415

Αν δυσκολεύεσαι να σχεδιάσεις τις καμπύλες, προσπάθησε το παρακάτω:

Να χαράξεις μια ευθεία και να τοποθετήσεις το τετράγωνό σου πάνω σε αυτήν.



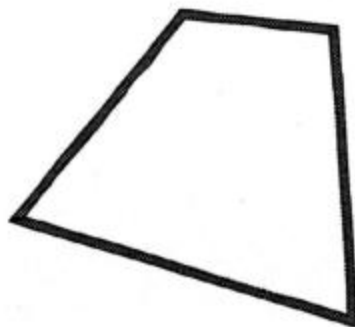
Να σημειώσεις στο χαρτί  
αυτά τα σημεία.

Τώρα, να σημειώσεις αυτό το  
σημείο και να ξεκινήσεις πάλι  
από εδώ.

Smile 0417

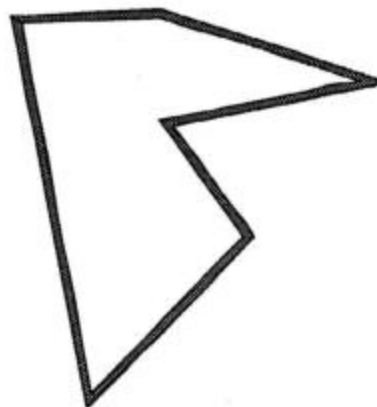
## ΣΧΗΜΑΤΑ ΑΠΟ ΣΠΑΓΚΟ

Πρόκειται να κατασκευαστεί ένα πολύγωνο από σπάγκο μήκους 36 εκατοστών.



Ποιο είναι το εμβαδόν του πολυγώνου;

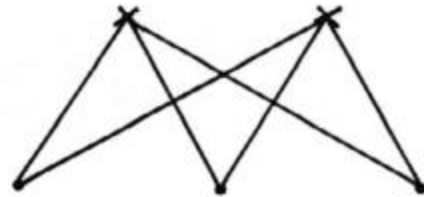
Να εξετάσεις τις διάφορες περιπτώσεις.



## Σημεία διασταύρωσης

Να σημειώσεις δύο σημεία με σταυρούς.

Να σημειώσεις τρία σημεία που ισαπέχουν μεταξύ τους με τελείες.



Να ενώσεις τον κάθε σταυρό με κάθε τελεία, χρησιμοποιώντας ευθύγραμμα τμήματα.

Πόσες τομές έχεις;

Να επαναλάβεις τη διαδικασία με διαφορετικούς αριθμούς σταυρών και τελειών.

Να το διερευνήσεις.

## Μερικά αθροίσματα

Smile **0422**

Υπάρχουν τρεις τρόποι για να εκφράσουμε το 15 ως άθροισμα διαδοχικών ακέραιων αριθμών.

$$15 = 7 + 8$$

$$15 = 4 + 5 + 6$$

$$15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

...όμως, το 17 εκφράζεται *μόνο* με έναν τρόπο...

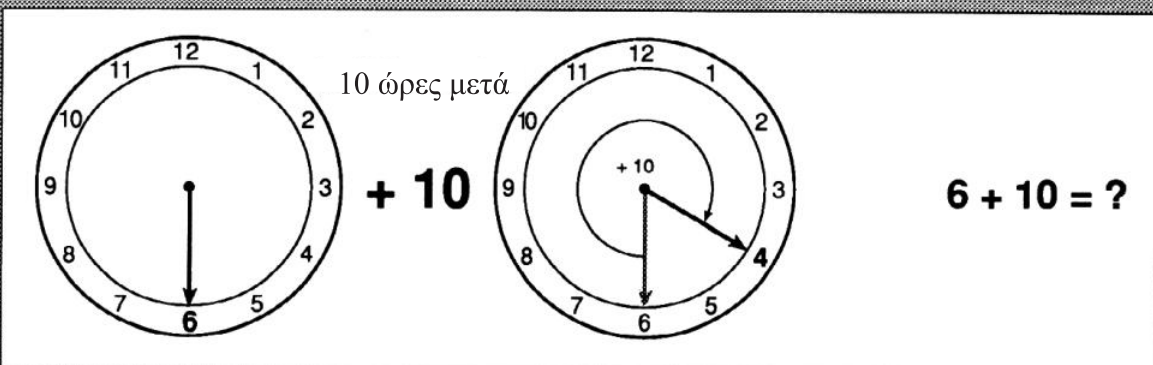
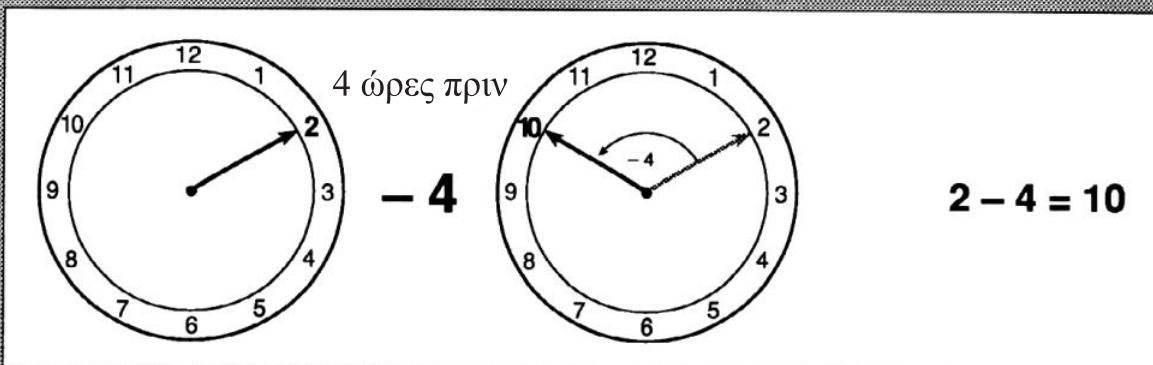
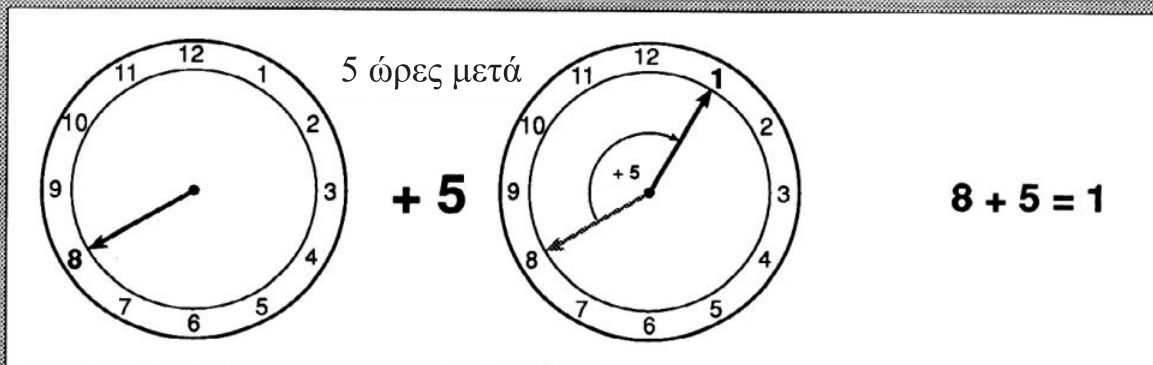
$$17 = 8 + 9$$

...ενώ το 16 δεν μπορεί να εκφραστεί με αυτό τον τρόπο!

**Διερευνήστε και άλλα αθροίσματα διαδοχικών αριθμών.**

## Αριθμητική με το ρολόι

Smile 0423



Αυτό ονομάζεται **αριθμητική με το ρολόι**.

Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τα παρακάτω, μετρώντας με το ρολόι.

1)  $7 + 2$

7)  $7 + 12$

13)  $2 + 3 - 6$

2)  $8 + 5$

8)  $7 - 12$

14)  $10 + 5 + 9$

3)  $5 - 3$

9)  $9 - 8$

15)  $7 + 8 - 3$

4)  $8 + 10$

10)  $8 - 9$

16)  $10 - 11 + 3$

5)  $1 - 4$

11)  $8 + 9$

17)  $9 - 8 - 6$

6)  $2 - 6$

12)  $11 + 2$

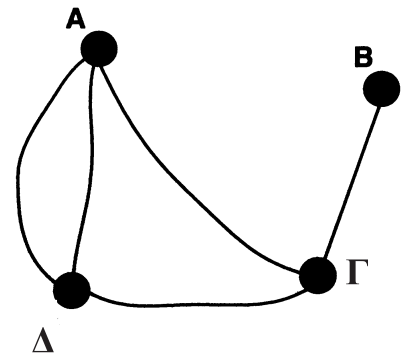
18)  $8 + 6 - 2$

## Πόσες διαδρομές;

Από το Α στο Β υπάρχουν 0 διαδρομές.

Από το Α στο Γ υπάρχει 1 διαδρομή.

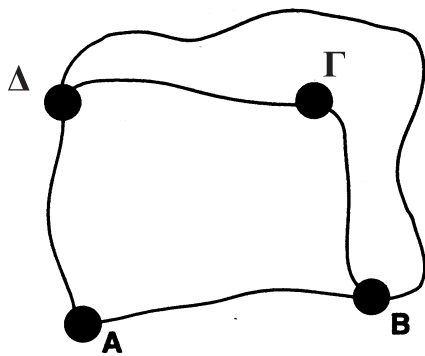
Από το Α στο Δ υπάρχουν 2 διαδρομές.



1. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον πίνακα.

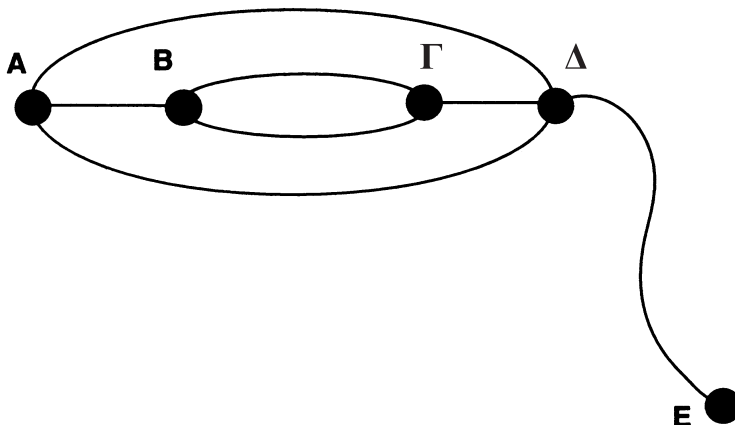
	Α	Β	Γ	Δ
Α	0			2
Β			1	
Γ				
Δ				

2. Να σχεδιάσεις τις παρακάτω διαδρομές και να συμπληρώσεις τους πίνακες.



	Α	Β	Γ	Δ
Α				
Β				
Γ				
Δ				

3.

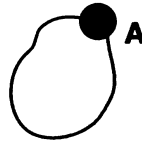


	Α	Β	Γ	Δ	Ε
Α					
Β					
Γ					
Δ					
Ε					

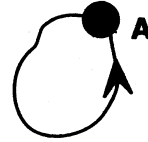


Smile 0424

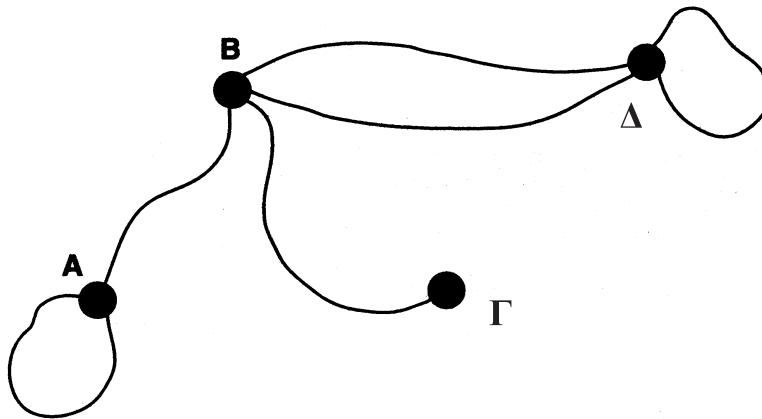
Από το Α στο Α...;



...υπάρχουν 2 διαδρομές:

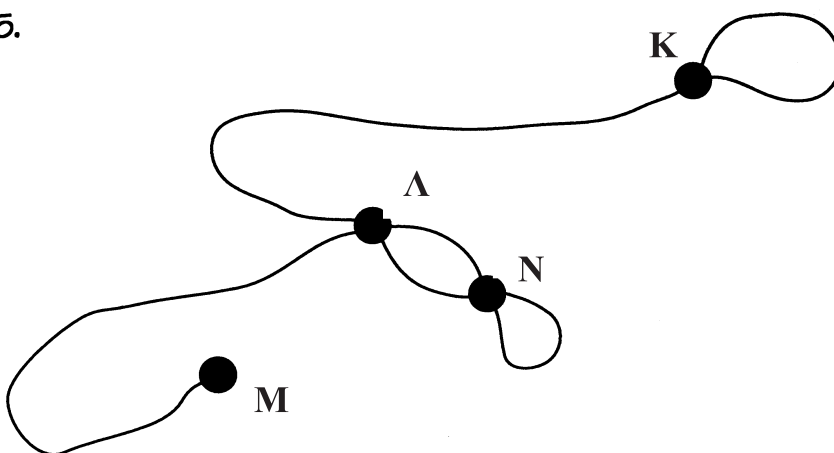


4. Να σχεδιάσεις τις διαδρομές και να συμπληρώσεις τους πίνακες.



	Α	Β	Γ	Δ
Α				
Β				
Γ				
Δ				

5.



	Κ	Λ	Μ	Ν
Κ				
Λ				
Μ				
Ν				

6. Τι παρατηρείς στους 2 πίνακες;.. Μπορείς να το εξηγήσεις;

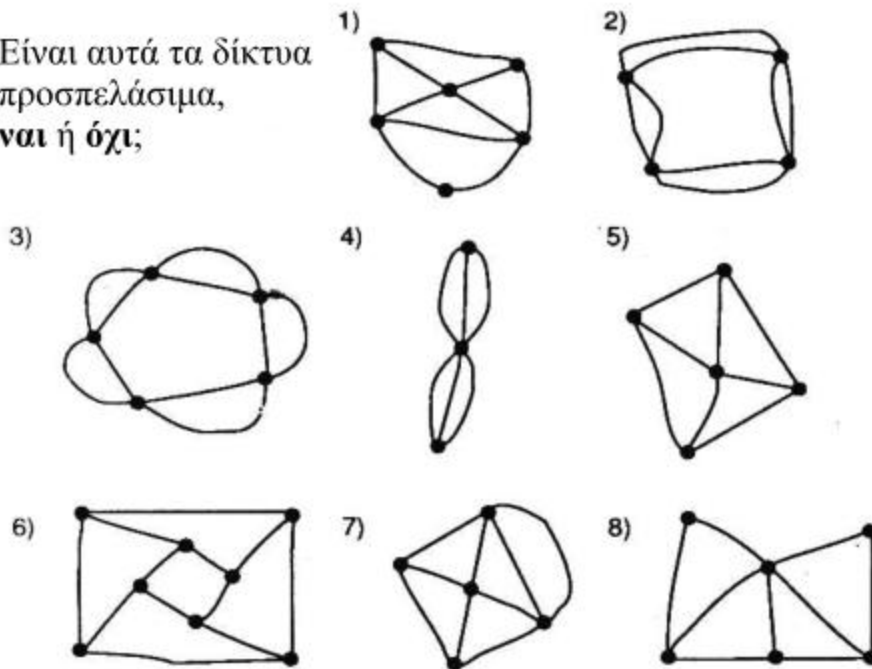
## Προσπελάσιμα δίκτυα

Smile 0426

Ένα δίκτυο είναι **προσπελάσιμο**, όταν μπορείς να το αντιγράψεις:

- δίχως να σηκώσεις το μολύβι από το χαρτί
- δίχως να χαράξεις μία γραμμή δύο φορές.

Είναι αυτά τα δίκτυα  
προσπελάσιμα,  
ναι ή όχι;



Αυτός είναι ένας **3-κόμπος** και είναι **περιττός**.  
Ένας **περιττός** κόμπος έχει **τάξη** 1, 3, 5, 7, ...



Αυτός είναι ένας **4-κόμπος** και είναι **άρτιος**.  
Ένας **άρτιος** κόμπος έχει **τάξη** 2, 4, 6, 8, ...

- 9) Να φτιάξεις έναν όμοιο πίνακα και να συμπληρώσεις μια σειρά για καθένα από τα παραπάνω δίκτυα.

	Αριθμός περιττών κόμβων	Αριθμός άρτιων κόμβων	Είναι προσπελάσιμο; Ναι ή όχι;
1)			
2)			

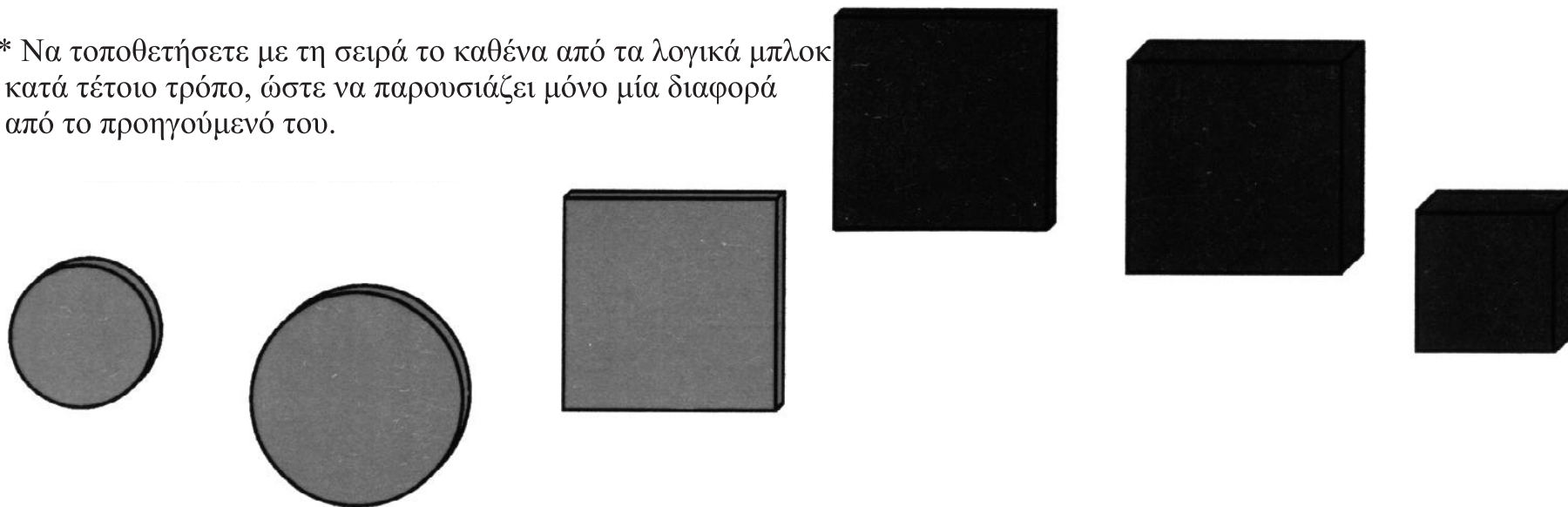
- 10) Μπορείς να εντοπίσεις έναν κανόνα, για να αποφασίζεις πότε ένα δίκτυο είναι προσπελάσιμο;
- 11) Να ελέγξεις τον κανόνα που διατύπωσες, ανατρέχοντας στο τεύχος των απαντήσεων.  
Στη συνέχεια, να τον δοκιμάσεις σε μερικά άλλα δίκτυα.

Θα χρειαστείς λογικά μπλοκ.

## Λογικές αλυσίδες

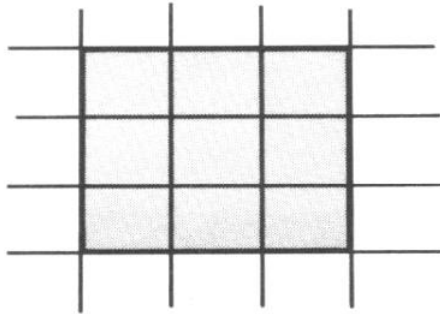
*Δραστηριότητα για μικρή ομάδα παιδιών.*

- \* Να μοιράσεις τα λογικά μπλοκ.
- \* Να τοποθετήσετε με τη σειρά το καθένα από τα λογικά μπλοκ κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να παρουσιάζει μόνο μία διαφορά από το προηγούμενό του.

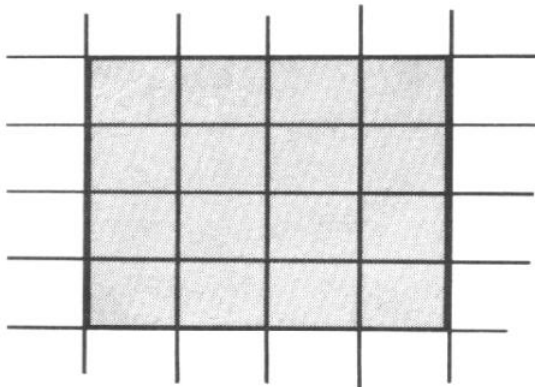


Ζήτησε από κάποιον να ελέγξει τη συμπληρωμένη λογική αλυσίδα.  
**Να φτιάξεις ακόμη μία αλυσίδα, αυτή τη φορά με δύο διαφορές.**

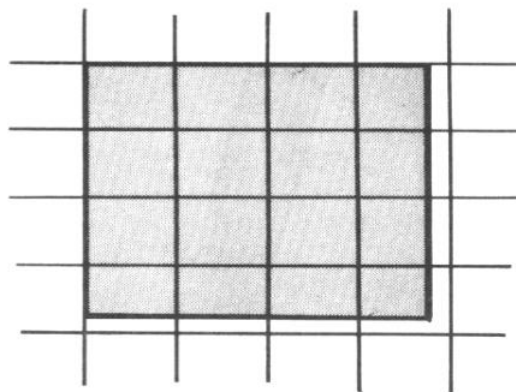
## ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ



$$3^2 = 9$$



$$4^2 = 16$$



Να μαντέψεις το εμβαδόν του διπλανού σχήματος:

$$3.8^2 = \blacksquare$$

Το  $3.8^2$  είναι μεταξύ  $3^2$  και  $4^2$

μεταξύ του 9 και του 16. Μια καλή πρόβλεψη θα ήταν το 14.

1) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις:

$$3^2 < 3.8^2 < 4^2$$

$$9 < 3.8^2 < 16$$

Το  $3.8^2$  είναι κατά προσέγγιση

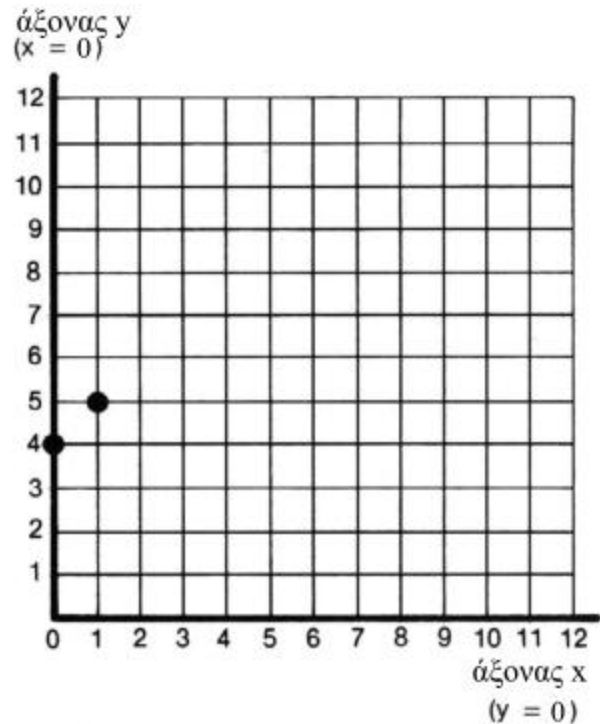
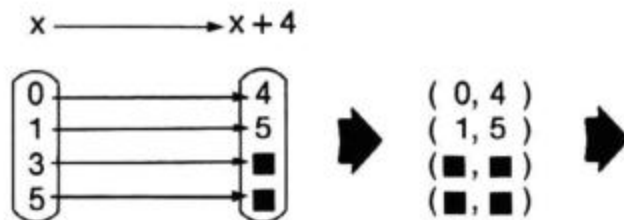
Να βρεις κατά προσέγγιση τα παρακάτω:

2)  $4.3^2$       4)  $7.5^2$       6)  $14.1^2$

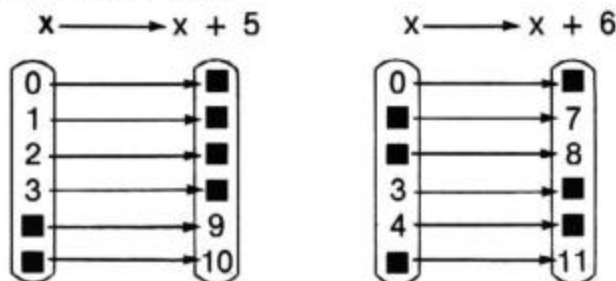
3)  $6.4^2$       5)  $1.2^2$       7)  $11.7^2$

## Παράλληλες Ευθείες

1. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τα παρακάτω:



2. Όλα τα σημεία που έχεις σημειώσει θα πρέπει να βρίσκονται πάνω σε μια ευθεία γραμμή.  
Να σχεδιάσεις την ευθεία.
3. Όλα τα σημεία που ανήκουν στην ευθεία (ακόμη και αυτά που δεν τοποθέτησες εσύ) ακολουθούν τον κανόνα  $x \rightarrow x + 4$ ;
4. Να γράψεις τις ακόλουθες απεικονίσεις ως συντεταγμένες και να τοποθετήσεις τα σημεία στο ίδιο πλέγμα.



5. Να χαράξεις τις ευθείες που αντιστοιχούν σε αυτές τις απεικονίσεις. Θα πρέπει να μπορείς να το κάνεις χωρίς κάποια προεργασία.

$$x \rightarrow x + 7$$

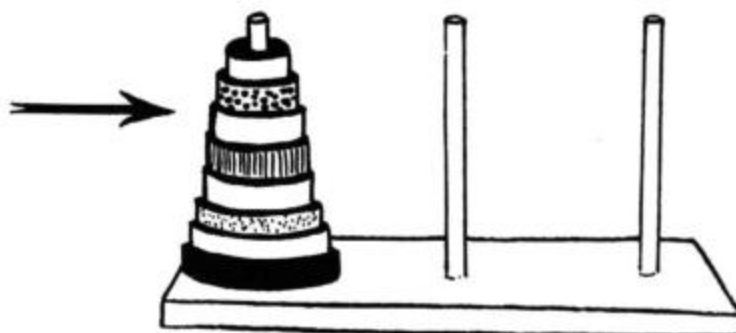
$$x \rightarrow x + 8$$

$$x \rightarrow x + 3$$

6. Τι παρατηρείς σχετικά με τις διαφορετικές αυτές ευθείες;
7. α) Πού τέμνει τον άξονα  $y$  η ευθεία που αντιστοιχεί στην απεικόνιση  $x \rightarrow x + 4$ ;  
β) Πού τέμνουν τον άξονα  $y$  οι άλλες ευθείες;  
γ) Χωρίς να χαράξεις την ευθεία που αντιστοιχεί στην απεικόνιση  $x \rightarrow x + 12$ , μπορείς να πεις σε ποιο σημείο θα τέμνει τον άξονα  $y$ ;

## Ο Πύργος του Ανόι

Να ξεκινήσεις με 8 κρίκους τοποθετημένους σε μια στήλη - όπως δείχνει η διπλανή εικόνα.



Πρέπει να μετακινήσεις τους κρίκους σε άλλη στήλη ακολουθώντας, όμως, τους παρακάτω κανόνες:

1. Να μετακινείς έναν κρίκο τη φορά.
2. Ποτέ να μην τοποθετείς έναν κρίκο πάνω σε μικρότερό του.

Το βρίσκεις δύσκολο; Είναι τις περισσότερες φορές καλή ιδέα, όταν έχουμε να επιλύσουμε ένα δύσκολο πρόβλημα, να εξετάζουμε μια πιο απλή του μορφή:

Δοκίμασε στην αρχή με 3 κρίκους. Μετά με 4..... με 5.....

Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός κινήσεων που απαιτείται κάθε φορά;

Υπάρχουν κάποιοι κανόνες; Μπορείς να πεις ποιος ήταν ο μικρότερος αριθμός κινήσεων που θα χρειαζόταν για τη μετακίνηση 50 κρίκων;

Πόσο συχνά μετακινείται ο κάθε κρίκος; Υπάρχουν κάποια μοτίβα κινήσεων ή κάποιοι κανόνες;

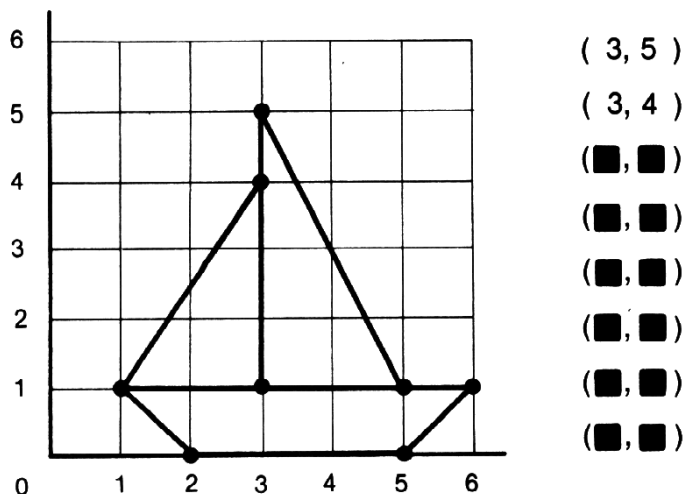
Πώς ξέρεις ποια θα πρέπει να είναι η επόμενη κίνηση;

## ΕΙΚΟΝΕΣ ΠΟΥ ΚΙΝΟΥΝΤΑΙ

Smile 0432

Θα χρειαστείς τετραγωνισμένο χαρτί.

1. Να σχεδιάσεις τη βάρκα και να φτιάξεις έναν κατάλογο διατεταγμένων ζευγών για τα σημεία που εμφανίζονται έντονα.



2. Να διπλασιάσεις κάθε δεύτερο αριθμό και να γράψεις το νέο κατάλογο:

Να απεικονίσεις τα σημεία.

( 3, 10)

Να σχεδιάσεις τη νέα εικόνα.

( 3, 8)

Να εξηγήσεις σε τι έχει αλλάξει.

.  
.  
.

3. Να επιστρέψεις στον αρχικό κατάλογο.

Να προσθέσεις 2 σε κάθε πρώτο αριθμό και να γράψεις τον καινούργιο κατάλογο:

( 5, 5)

Να σχεδιάσεις τη νέα εικόνα.

Να εξηγήσεις σε τι έχει αλλάξει.

.  
.  
.

4. Να επιστρέψεις στον αρχικό κατάλογο.

( 9, 5)

Να πολλαπλασιάσεις κάθε πρώτο αριθμό επί 3.

.  
.  
.

Να σχεδιάσεις την εικόνα και να εξηγήσεις σε τι έχει αλλάξει.

5. Χωρίς να σχεδιάσεις μια νέα εικόνα, να εξηγήσεις σε τι αλλάζει η εικόνα, αν πολλαπλασιάσεις το δεύτερο αριθμό επί 3.

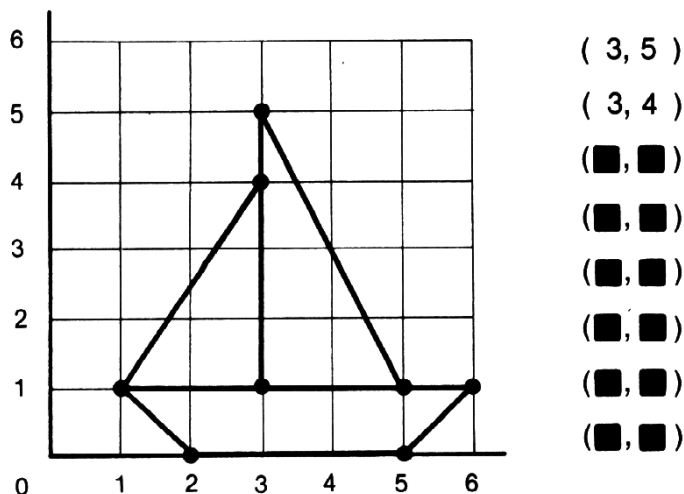
6. Σε τι αλλάζει η εικόνα, αν προσθέσεις 2 στο δεύτερο αριθμό;

## ΕΙΚΟΝΕΣ ΠΟΥ ΚΙΝΟΥΝΤΑΙ

Smile 0432

Θα χρειαστείς τετραγωνισμένο χαρτί.

1. Να σχεδιάσεις τη βάρκα και να φτιάξεις έναν κατάλογο διατεταγμένων ζευγών για τα σημεία που εμφανίζονται έντονα.



2. Να διπλασιάσεις κάθε δεύτερο αριθμό και να γράψεις το νέο κατάλογο:

Να απεικονίσεις τα σημεία.

( 3, 10)

Να σχεδιάσεις τη νέα εικόνα.

( 3, 8)

Να εξηγήσεις σε τι έχει αλλάξει.

.  
.  
.

3. Να επιστρέψεις στον αρχικό κατάλογο.

Να προσθέσεις 2 σε κάθε πρώτο αριθμό και να γράψεις τον καινούργιο κατάλογο:

( 5, 5)

Να σχεδιάσεις τη νέα εικόνα.

Να εξηγήσεις σε τι έχει αλλάξει.

.  
.  
.

4. Να επιστρέψεις στον αρχικό κατάλογο.

( 9, 5)

Να πολλαπλασιάσεις κάθε πρώτο αριθμό επί 3.

.  
.  
.

Να σχεδιάσεις την εικόνα και να εξηγήσεις σε τι έχει αλλάξει.

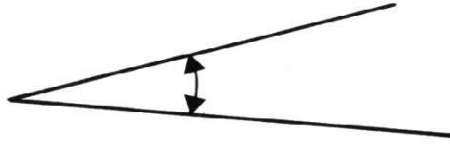
5. Χωρίς να σχεδιάσεις μια νέα εικόνα, να εξηγήσεις σε τι αλλάζει η εικόνα, αν πολλαπλασιάσεις το δεύτερο αριθμό επί 3.

6. Σε τι αλλάζει η εικόνα, αν προσθέσεις 2 στο δεύτερο αριθμό;



Θα χρειαστείς λωρίδες χαρτιού και πινέζες.

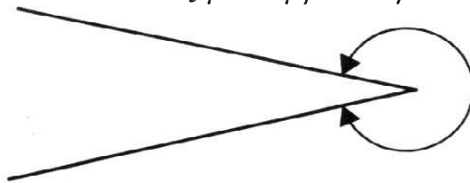
## Οξεία / Αμβλεία



Μια ΟΞΕΙΑ γωνία είναι **μικρότερη** από μια ορθή γωνία ( $90^\circ$ ).  
Να κατασκευάσεις μία οξεία γωνία και να τη σχεδιάσεις.



Μια ΑΜΒΛΕΙΑ γωνία είναι **μεγαλύτερη** από μια ορθή γωνία (αλλά όχι τόσο μεγάλη όσο μια ευθεία γωνία).  
Να κατασκευάσεις μία αμβλεία γωνία και να τη σχεδιάσεις.



( $180^\circ$ ).

Μια ΜΗ ΚΥΡΤΗ γωνία είναι **μεγαλύτερη** από μια ευθεία γωνία ( $180^\circ$ ).  
Να κατασκευάσεις μία μη κυρτή γωνία και να τη σχεδιάσεις.

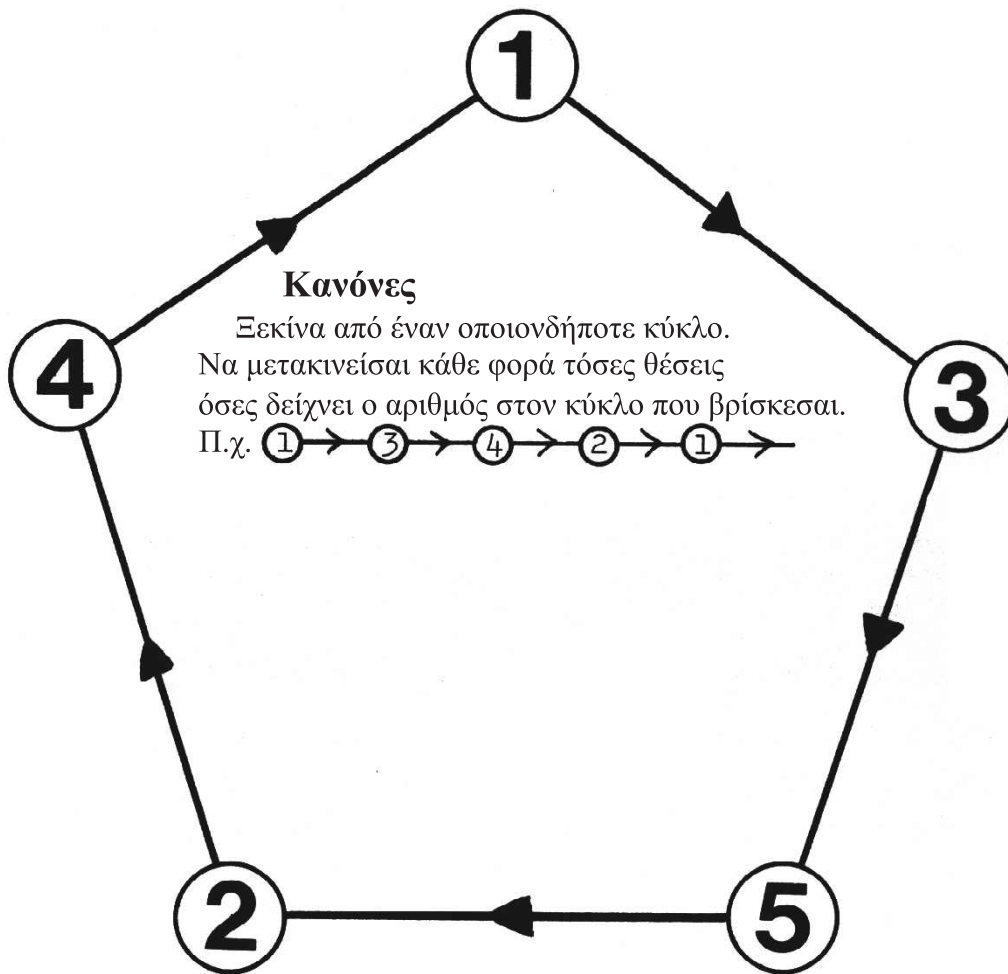
Μπορείς να κατασκευάσεις τις παρακάτω γωνίες;  
Σχεδιάσέ τες ή σημείωσε «όχι».

- 1) Ένα τρίγωνο με 3 οξείες γωνίες.
- 2) Ένα τρίγωνο με 1 αμβλεία γωνία.
- 3) Ένα τρίγωνο με 2 αμβλείες γωνίες.
- 4) Ένα τρίγωνο με 2 ορθές γωνίες.
- 5) Ένα τετράπλευρο με 2 αμβλείες γωνίες.
- 6) Ένα τετράπλευρο με 1 μη κυρτή γωνία.
- 7) Ένα τετράπλευρο με μόνο 1 αμβλεία γωνία.
- 8) Ένα τετράπλευρο με μόνο 3 ορθές γωνίες.

Θα χρειαστείς ένα πούλι.

---

## Κυκλικές κινήσεις



Να δοκιμάσεις διαφορετικές θέσεις εκκίνησης.  
Επιστρέφεις πάντα στο σημείο εκκίνησης;  
Υπάρχουν θέσεις εκκίνησης στις οποίες δεν είναι δυνατό να επιστρέψεις;

Δοκίμασε να βάλεις τους αριθμούς με διαφορετική σειρά.

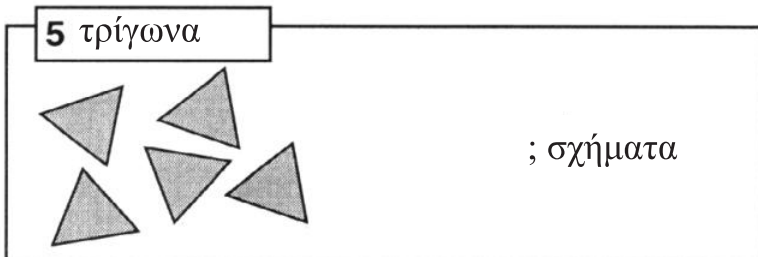
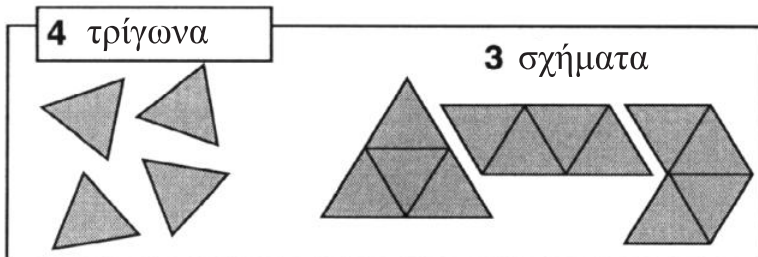
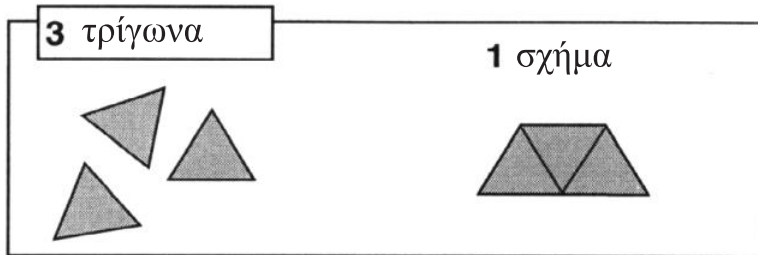
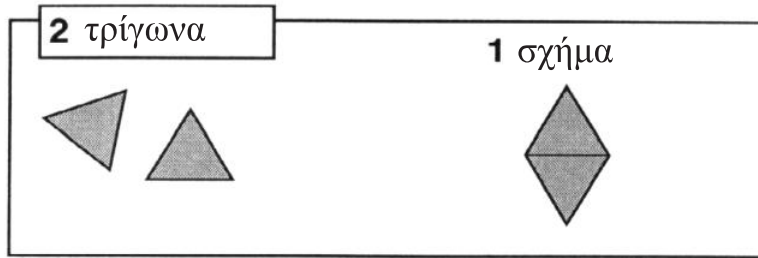
---

Να εργαστείς με κύκλους 3 αριθμών, 4 αριθμών, .....

---

## ΠΟΛΥΕΔΡΑ ΜΕ ΤΡΙΓΩΝΙΚΕΣ ΕΔΡΕΣ

Θα χρειαστείς ισομετρικό χαρτί και ψαλίδι.



Να διαλέξεις μία ή περισσότερες από τις ακόλουθες εργασίες-έρευνες.

### Εργασία-έρευνα 1

Πόσα διαφορετικά σχήματα μπορείς να φτιάξεις από  
5 τρίγωνα;  
6 τρίγωνα;...

### Εργασία-έρευνα 2

Ποια από τα σχήματά σου  
είναι αναπτύγματα στερεών;

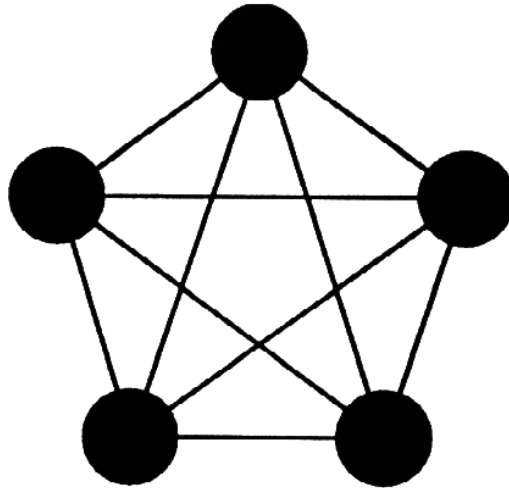
### Εργασία-έρευνα 3

Με ποια από τα σχήματά  
σου μπορείς να φτιάξεις  
ψηφιδωτό;

Smile 0437

## Σκάκι

5 παίκτες συμμετέχουν σε έναν αγώνα.  
Κάθε παίκτης θα παίξει με όλους τους άλλους - με έναν κάθε φορά.



**Πόσα παιχνίδια θα γίνουν;**

Πόσα παιχνίδια θα γίνουν με 4 παίκτες,  
με 7 παίκτες;  
...με οποιονδήποτε αριθμό παικτών;

## Ποιος νίκησε;

Smile **0443**

Σε ένα διαγωνισμό, τα αγόρια συγκέντρωσαν 61 πόντους στους 80 και τα κορίτσια 47 στους 60.

Ποιος νίκησε;

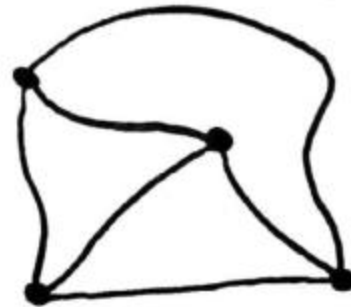
Εξηγήστε με συντομία πώς το αποφασίσατε.



## Σημεία και γραμμές



3 σημεία



4 σημεία

Το κάθε σημείο ενώνεται (συνδέεται) με το καθένα από τα υπόλοιπα σημεία μία φορά. Οι γραμμές που προκύπτουν δεν τέμνονται μεταξύ τους.

Να το επιχειρήσεις με 4 σημεία. Με 5 σημεία; Με 6 σημεία;

Μπορεί να γίνει;

Αν όχι, πόσες γραμμές μπορείς να χαράξεις;

Υπάρχουν κάποιοι κανόνες;

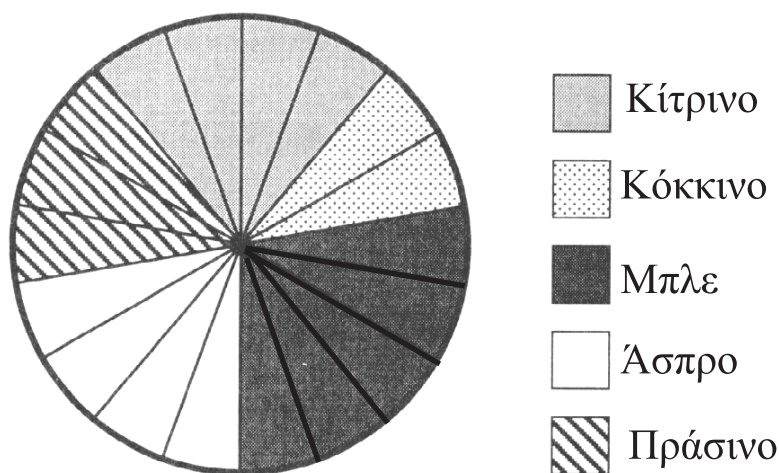
---

## ΑΓΑΠΗΜΕΝΑ ΧΡΩΜΑΤΑ

Smile 0448

Θα χρειαστείς έναν κύκλο χωρισμένο σε 18 ίσα μέρη.  
Τα κυκλικά διαγράμματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να προσφέρουν πληροφορίες.

**Το παρακάτω κυκλικό διάγραμμα παρουσιάζει τα αγαπημένα χρώματα μιας ομάδας μαθητών.**



Κάθε κυκλικός τομέας αντιπροσωπεύει ένα μαθητή.

1. Σε πόσους μαθητές αρέσει το κόκκινο χρώμα;
2. Σε πόσους μαθητές αρέσει το μπλε χρώμα;
3. Σε πόσους μαθητές αρέσει το κίτρινο χρώμα;
4. Σε πόσους μαθητές αρέσει το άσπρο χρώμα;
5. Σε πόσους μαθητές αρέσει το πράσινο χρώμα;
6. Πόσοι είναι όλοι μαζί οι μαθητές;
7. Να ρωτήσεις 18 συμμαθητές σου να σου πουν ποιο είναι το αγαπημένο τους χρώμα.

\* Να φτιάξεις έναν κατάλογο με τα αποτελέσματά σου.

\* Να χρησιμοποιήσεις έναν κύκλο χωρισμένο σε 18 ίσα μέρη, για να κατασκευάσεις ένα κυκλικό διάγραμμα που θα παρουσιάζει τα αποτελέσματά σου.



# Πείραγμα ή κέρασμα;

Smile 0450

Οι απόκριες στη Μ. Βρετανία γιορτάζονται στις 31 Οκτωβρίου.

Τη μέρα αυτή τα παιδιά συνηθίζουν να γυρνούν από σπίτι σε σπίτι ντυμένα καρναβάλια και να ρωτούν «πείραγμα ή κέρασμα»;

Ήταν απόκριες, τα παιδιά στη γειτονιά της Κίττυ, ντυμένα καρναβάλια, επισκέπτονταν τα σπίτια.

Τέσσερα «τερατάκια» χτύπησαν την πόρτα στο σπίτι της Κίττυ.



Η Κίττυ πήρε ένα κουτί σοκολατάκια και τα μοίρασε εξίσου στα 4 καρναβάλια.



Η Κίττυ μπροστά στην τηλεόραση, έφαγε τα δύο σοκολατάκια που περίσσεψαν.



Κέρασμα ή πείραγμα;



Η Κίττυ πήρε ένα άλλο κουτί σοκολατάκια και έδωσε στο κάθε φάντασμα ίσο αριθμό.



Λίγο αργότερα πέντε «φαντάσματα» χτύπησαν την πόρτα.

Και τα δύο κουτιά είχαν τον ίδιο αριθμό γλυκών. Μπορείς να υπολογίσεις πόσα σοκολατάκια είχε το κάθε κουτί;

Η Κίττυ κέρασε επτά καρναβάλια «σκελετούς» γλυκά από ένα κουτί. Κάθε «σκελετός» πήρε τον ίδιο αριθμό γλυκών και περίσσεψε ένα. Αργότερα κέρασε πέντε Φραγκεστάιν από ένα ίδιο κουτί και περίσσεψαν τρία γλυκά. Μπορείς να υπολογίσεις πόσα γλυκά είχε το κουτί; Διατύπωσε μερικά παρόμοια δικά σου προβλήματα. Αναζήτησε τον κανόνα, για να βρεις τις απαντήσεις.



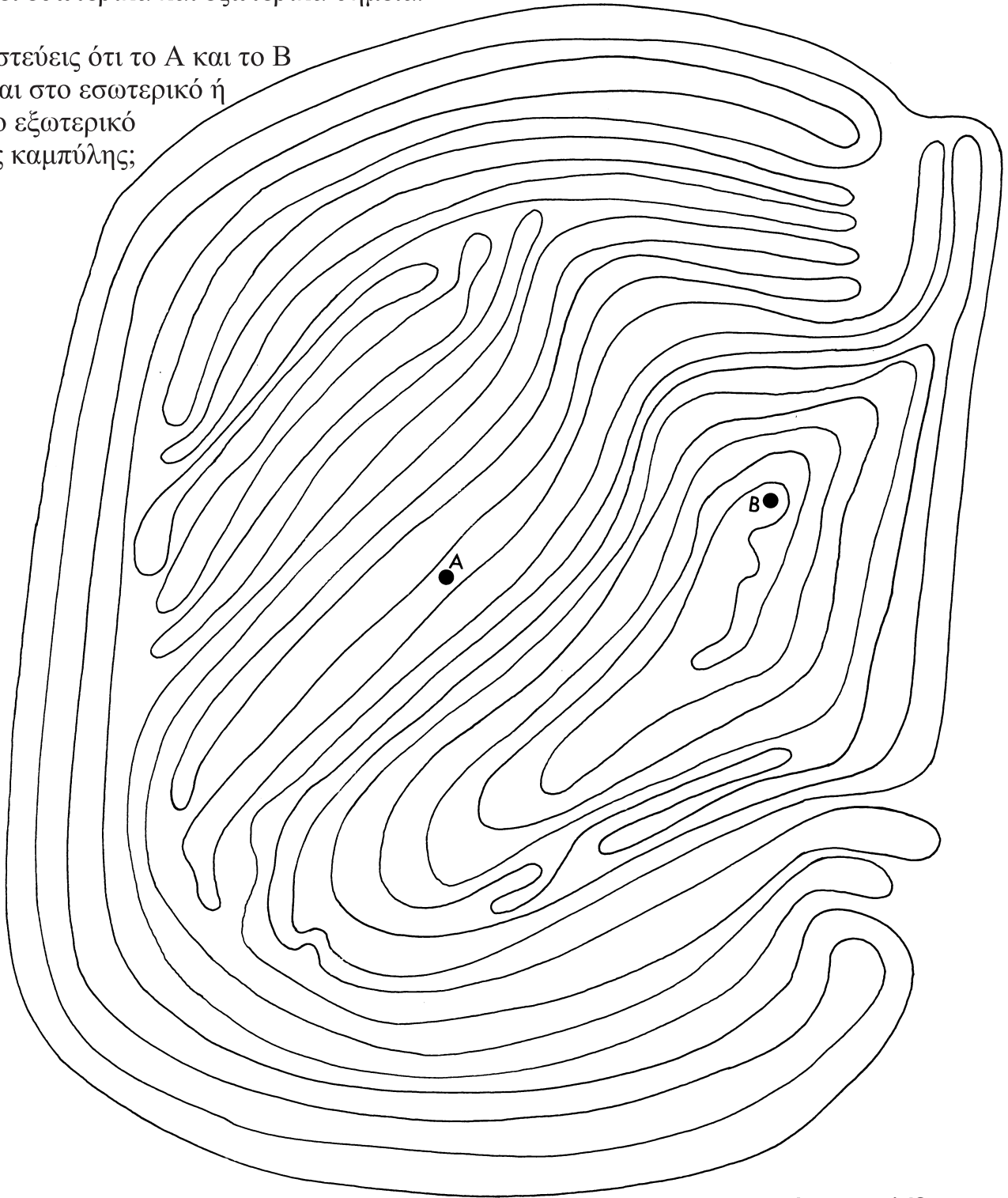
Θα χρειαστείς διαφανές χαρτί.

Smile 0452

## Μέσα ή έξω

Αυτή είναι μια κλειστή καμπύλη.  
Έχει εσωτερικά και εξωτερικά σημεία.

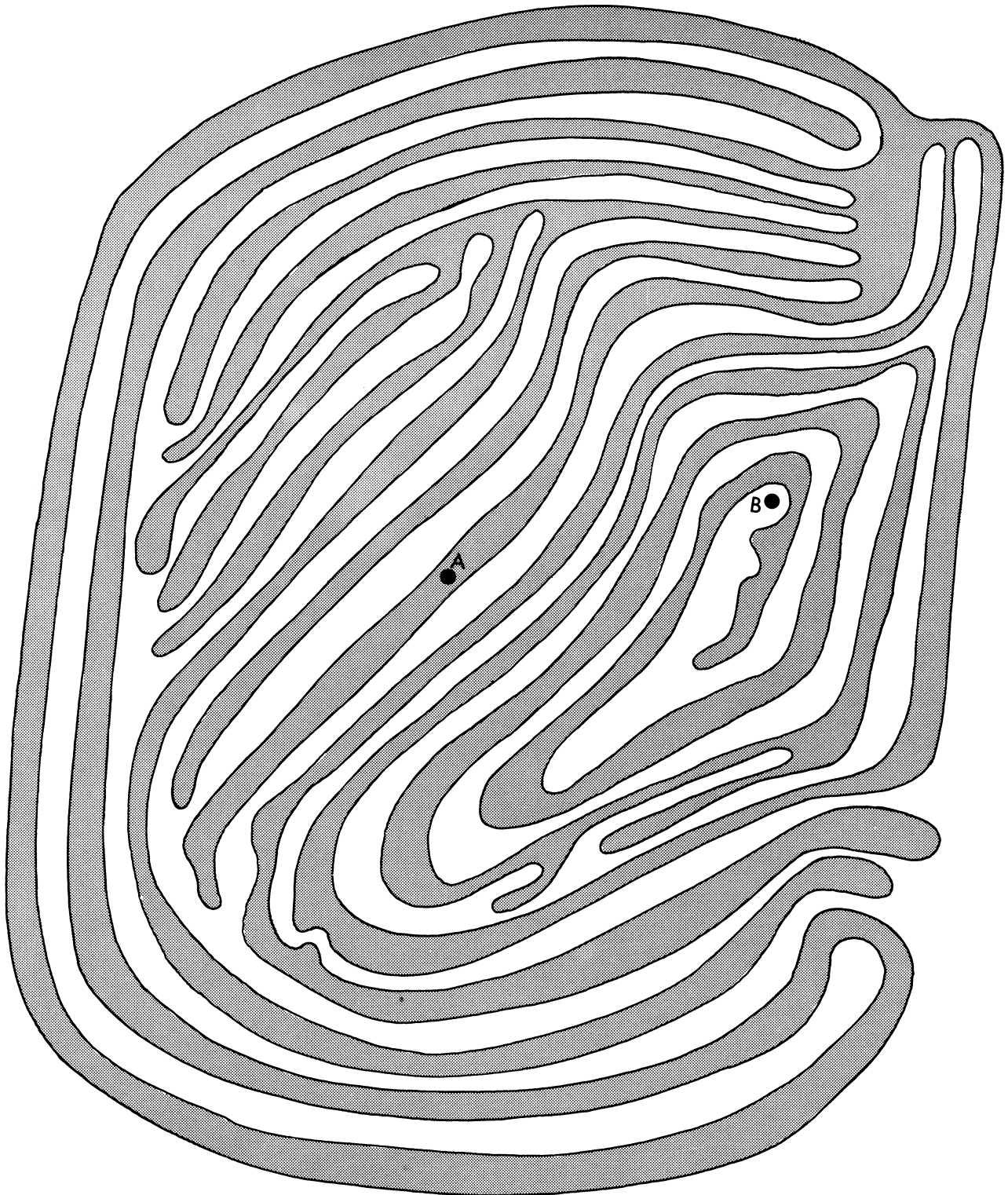
Πιστεύεις ότι το Α και το Β  
είναι στο εσωτερικό ή  
στο εξωτερικό  
της καμπύλης;



Γύρισε σελίδα

## Smile 0452

Αν σκιάσεις το εσωτερικό, μπορείς να δεις ότι το Α είναι μέσα, αλλά το Β είναι έξω από την καμπύλη...





...υπάρχει, όμως, ένας πιο εύκολος τρόπος για να το βρεις.

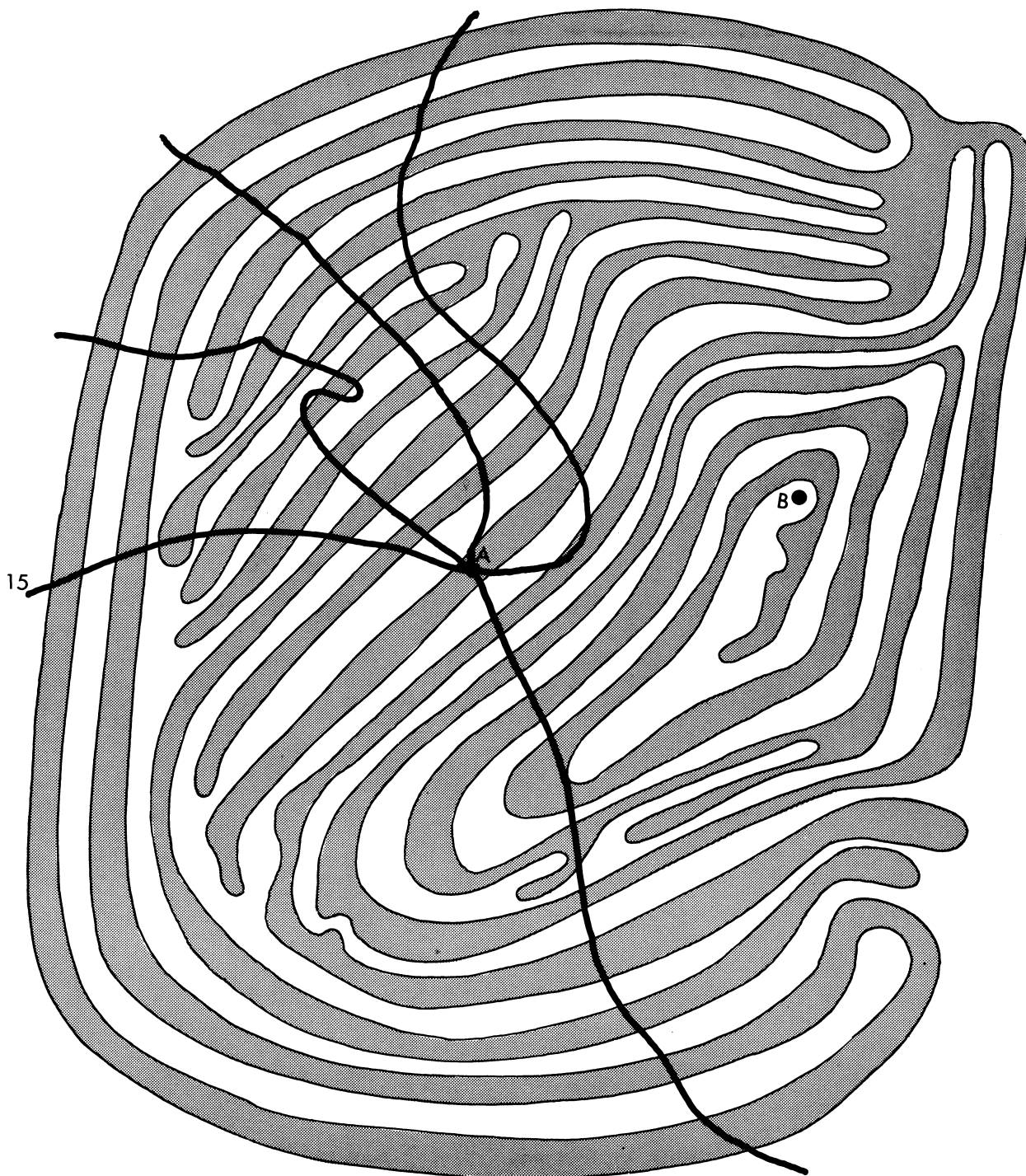
5 γραμμές σχεδιάστηκαν από το Α προς το εξωτερικό της καμπύλης.

Μία από αυτές, όπως σημειώνεται, τέμνει την καμπύλη 15 φορές.

1. Πόσες φορές η κάθε γραμμή που ξεκινά από το σημείο Α τέμνει την καμπύλη;

2. Να τοποθετήσεις ένα διαφανές φύλλο χαρτιού πάνω από τη σελίδα και να σχεδιάσεις μερικές γραμμές που θα ξεκινούν από το Β και θα καταλήγουν έξω από την καμπύλη. Πόσες φορές αυτές οι γραμμές τέμνουν την καμπύλη;

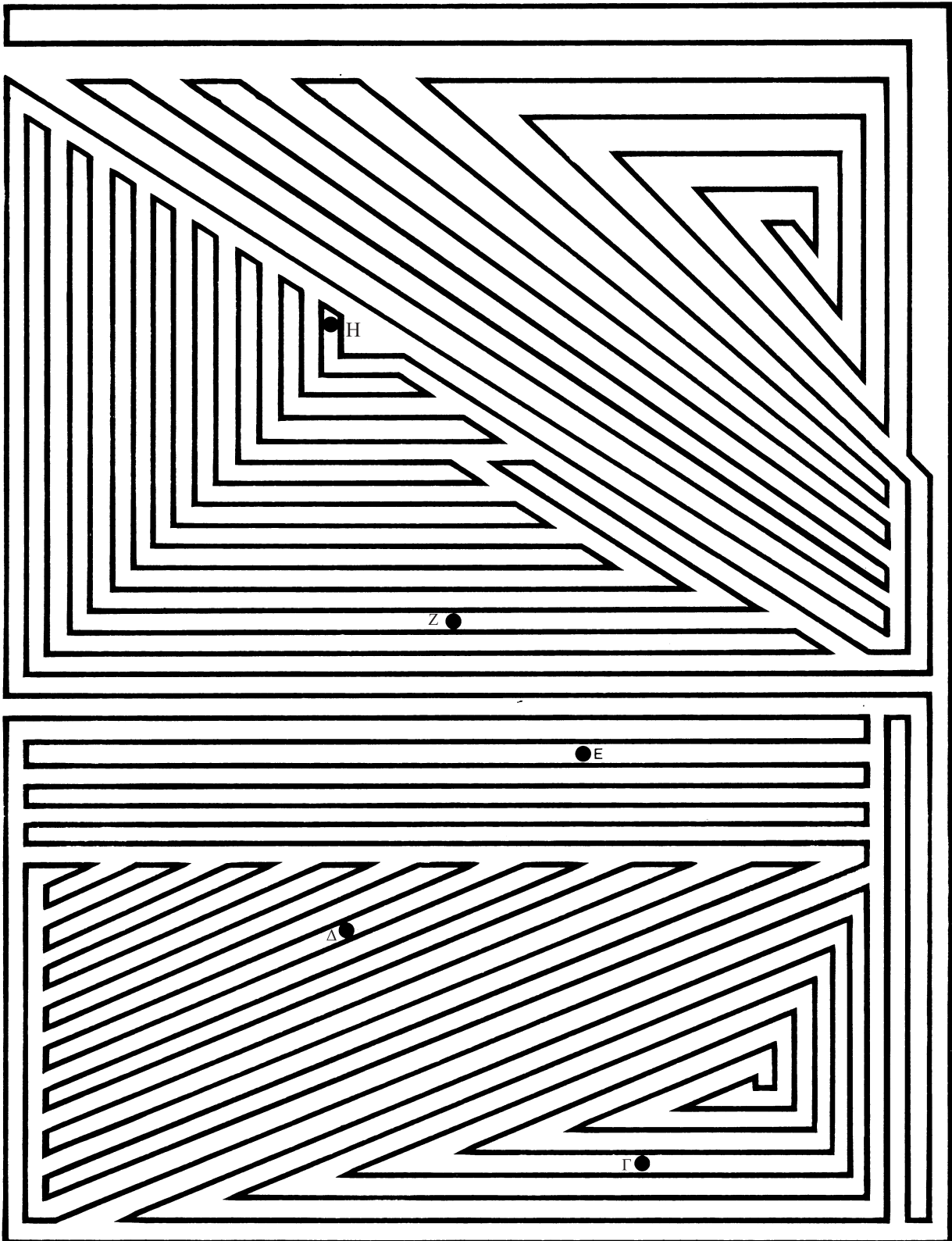
3. Μπορείς να βρεις τον κανόνα; Για να ελέγξεις την ισχύ του κανόνα, να επαναλάβεις την εργασία της ερώτησης 2 για άλλα 2 σημεία.



Γύρισε σελίδα

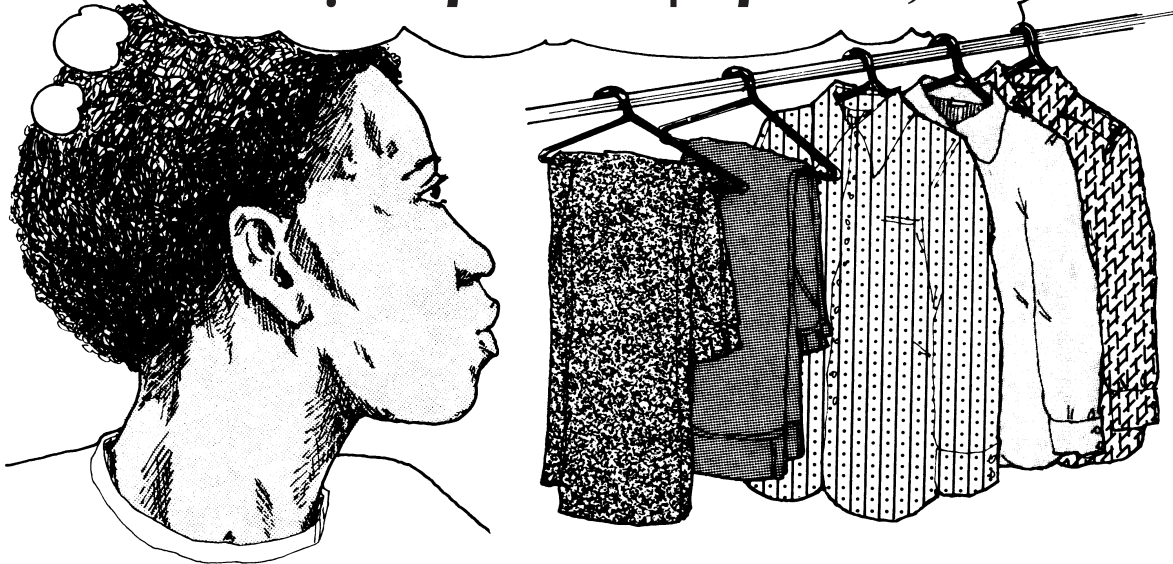
Smile 0452

4. Να χρησιμοποιήσεις τον κανόνα για να ελέγξεις αν το Γ, το Δ, το Ε, το Ζ και το Η βρίσκονται μέσα ή έξω από την παρακάτω κλειστή καμπύλη.



Smile 0453

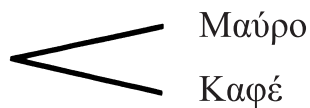
## Τι μπορώ να φορέσω;



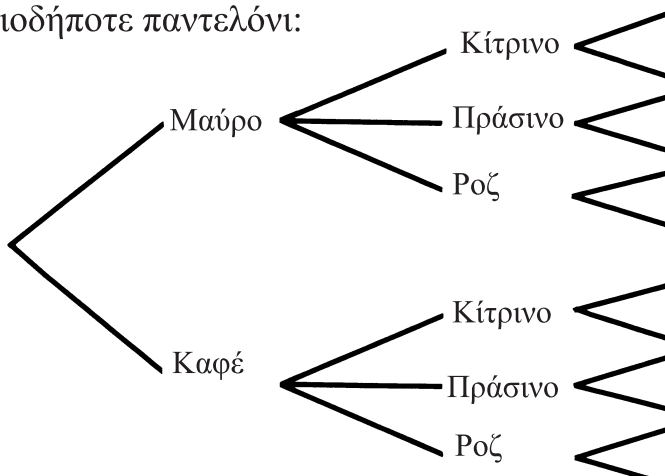
Ο Ντένις έχει 2 παντελόνια και 3 πουκάμισα.  
Μπορεί να τα συνδυάσει με 6 διαφορετικούς τρόπους.

(1) Ποιοι είναι αυτοί οι 6 τρόποι;

Ο Ντένις μπορεί να διαλέξει το μαύρο ή το καφέ παντελόνι:



Ο Ντένις μπορεί να συνδυάσει το κίτρινο, το πράσινο ή το ροζ πουκάμισο με οποιοδήποτε παντελόνι:



(2) Αν ο Ντένις έχει μία κόκκινη και μία μπλε γραβάτα, πόσους συνδυασμούς μπορεί να κάνει; Να αντιγράψεις το παραπάνω δένδρόγραμμα και να το συμπληρώσεις.

Γύρισε σελίδα



(3) Η έξοδος του Ντένις το σαββατόβραδο.



*Με ποιον να βγω;  
Με τη Σου, τον Χρήστο  
ή τον Άλεξ;*

*Πού θα πάμε;  
Στον κινηματογράφο,  
σε πάρτι ή σε μπαρ;*

Να φτιάξεις ένα δενδρόγραμμα που να παρουσιάζει τις δυνατότητες που έχει η παρέα του Ντένις για την έξοδό της το Σαββατοκύριακο.

(4) Για να συναντήσει τους φίλους του, ο Ντένις πρέπει να χρησιμοποιήσει διάφορα μεταφορικά μέσα:

**Στάδιο 1:** Μπορεί να ταξιδέψει με λεωφορείο ή με τον υπόγειο.

**Στάδιο 2:** Στη συνέχεια, μπορεί να ταξιδέψει με το τρένο ή με τον υπόγειο.

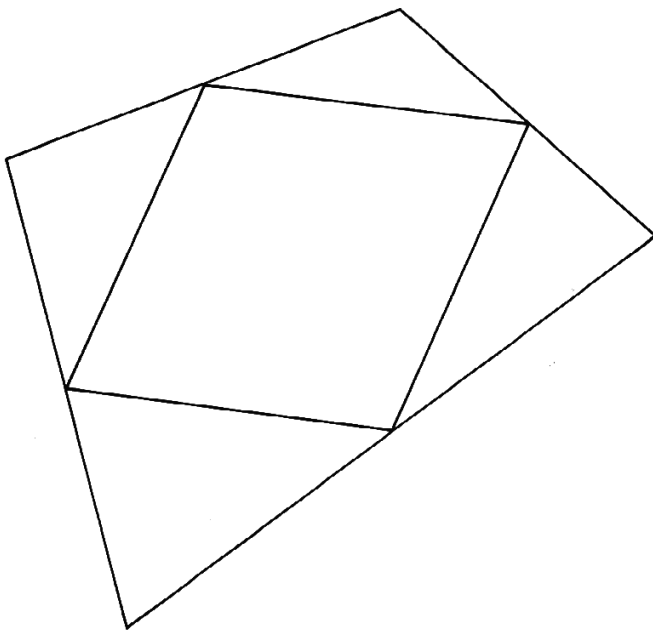
**Στάδιο 3:** Τέλος, μπορεί να πάρει ταξί ή να περπατήσει.

Να φτιάξεις ένα δενδρόγραμμα, για να παρουσιάσεις όλους τους δυνατούς τρόπους με τους οποίους μπορεί να μετακινηθεί ο Ντένις.

## ΜΕΣΑ ΠΛΕΥΡΩΝ

Smile 0455

Θα χρειαστείς ψαλίδι.



1. Να σχηματίσεις ένα μεγάλο τετράπλευρο με πλευρές διαφορετικού μήκους.

2. Να ενώσεις τα μέσα των 4 πλευρών, όπως στο σχήμα.

3. Τι σχήμα έχει το νέο τετράπλευρο;

Μπορείς να χρησιμοποιήσεις διαφορετικά τετράπλευρα: τετράγωνα, ορθογώνια, χαρταετούς... για να μελετήσεις την προηγούμενη διαδικασία και να τη διερευνήσεις.

**Να κόψεις το αρχικό τετράπλευρο.**

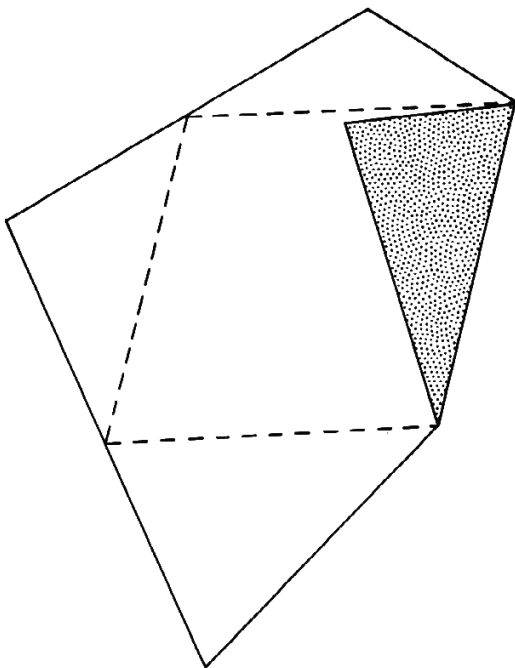
4. Αν διπλώσεις προς τα μέσα τα 4 τρίγωνα, αυτά θα καλύψουν το κεντρικό σχήμα;

5. Αν κόψεις τα 4 τρίγωνα, μπορείς να τα ταιριάξεις μέσα στο κεντρικό σχήμα; (Να ονομάσεις προσεχτικά όλα τα κομμάτια, για να ξέρεις πώς ταιριάζουν μεταξύ τους.)

6. Να το επαναλάβεις με άλλα τετράπλευρα.

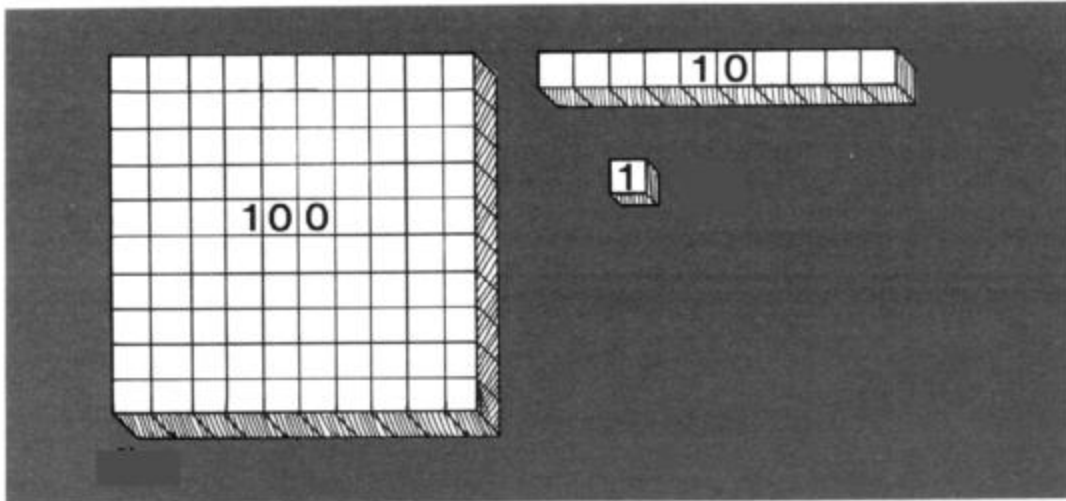
Υπάρχουν ειδικές περιπτώσεις;

7. Να παρουσιάσεις τη δουλειά σου.



Θα χρειαστείς κυβάκια.  
**Εικόνες αριθμών**

Smile 0457



Να φτιάξεις το 13 χρησιμοποιώντας τα κυβάκια σου.



Στη συνέχεια, να φτιάξεις  
και να σχεδιάσεις τα παρακάτω:

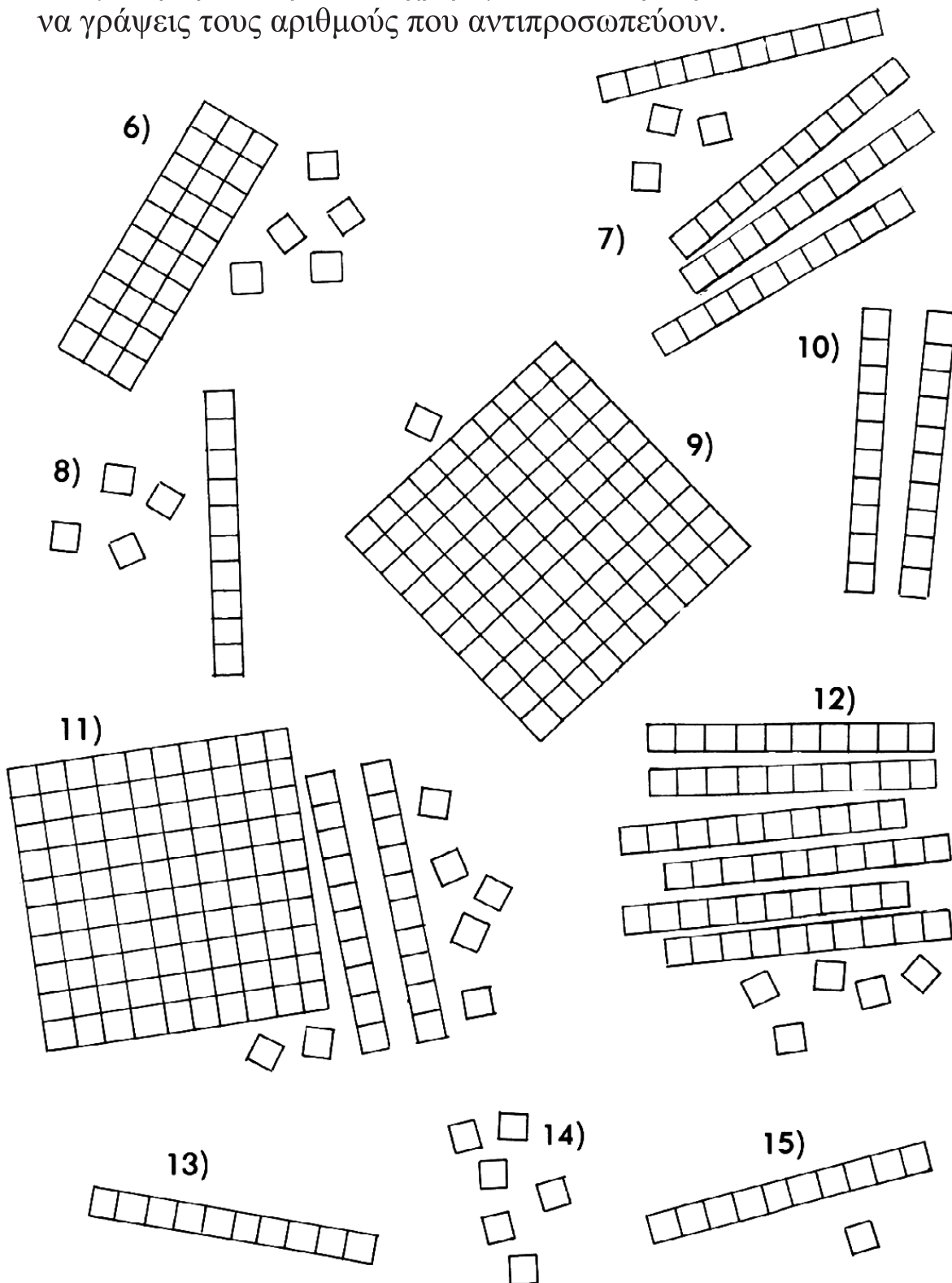
- 1) 23   2) 33   3) 14  
4) 29   5) 142

Γύρισε σελίδα



### Smile 0457

Να φτιάξεις τα παρακάτω χρησιμοποιώντας κυβάκια και να γράψεις τους αριθμούς που αντιπροσωπεύουν.



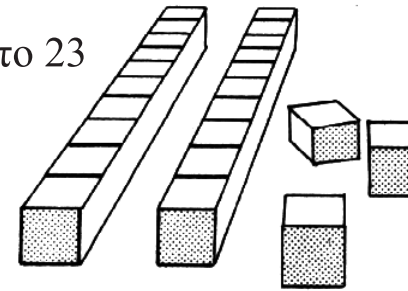
Θα χρειαστείς κυβάρια.

Smile 0458

Προσθέτοντας αριθμούς

Να σχηματίσεις το 23

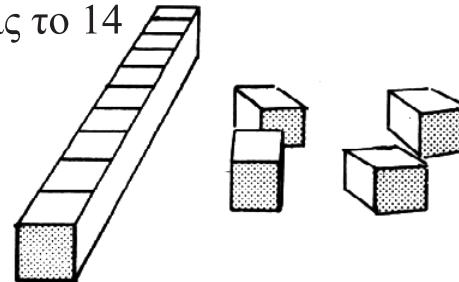
23



Να σχηματίσεις το 14

+

14

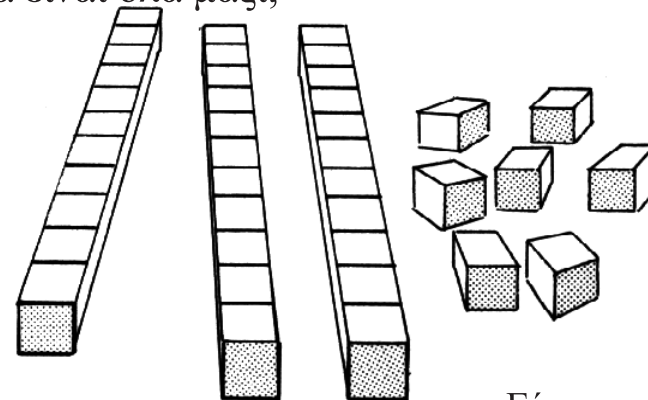


Πόσα είναι όλα μαζί;

---

37

---



Γύρισε σελίδα

Smile 0458

Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τα παρακάτω.  
Να χρησιμοποιήσεις κυβάρια.

$$\begin{array}{r} 1) \quad 23 \\ + 15 \\ \hline \square \square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad 12 \\ + 22 \\ \hline \square \square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad 17 \\ + 41 \\ \hline \square \square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad 30 \\ + 15 \\ \hline \square \square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5) \quad 71 \\ + 18 \\ \hline \square \square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6) \quad 16 \\ + 61 \\ \hline \square \square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7) \quad 23 \\ + 32 \\ \hline \square \square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8) \quad 112 \\ + 35 \\ \hline \square \square \square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9) \quad 38 \\ + 100 \\ \hline \square \square \square \\ \hline \end{array}$$

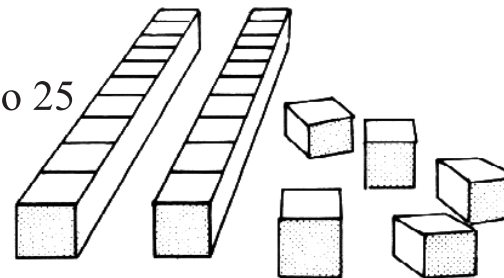
$$\begin{array}{r} 10) 138 \\ + 241 \\ \hline \square \square \square \\ \hline \end{array}$$

Θα χρειαστείς κυβάρια.

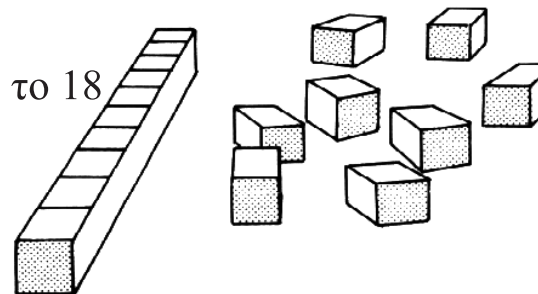
Προσθέτοντας κυβάρια

$$\begin{array}{r} 25 \\ + 18 \\ \hline 43 \end{array}$$

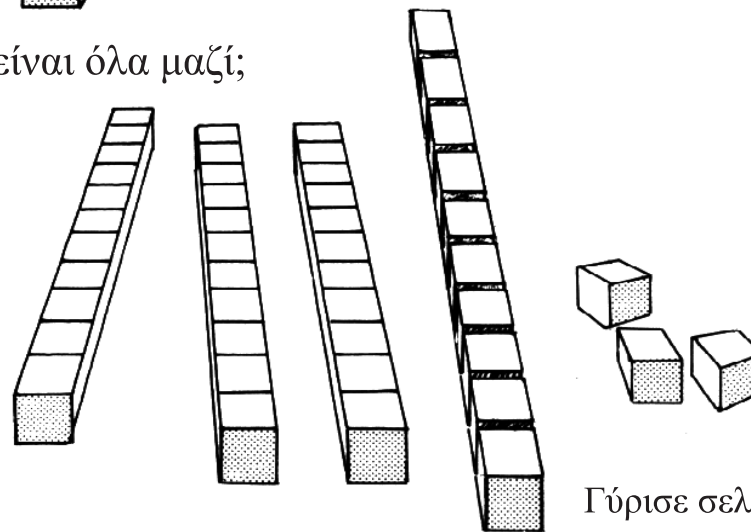
Να σχηματίσεις το 25



Να σχηματίσεις το 18



Πόσα είναι όλα μαζί;



Γύρισε σελίδα

Smile 0459

Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τα παρακάτω.

Να χρησιμοποιήσεις κυβάκια.

$$\begin{array}{r} 1) \quad 23 \\ + 29 \\ \hline \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad 46 \\ + 25 \\ \hline \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad 37 \\ + 48 \\ \hline \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad 61 \\ + \quad 9 \\ \hline \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5) \quad \quad 7 \\ + 23 \\ \hline \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6) \quad 37 \\ + 23 \\ \hline \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7) \quad 46 \\ + 64 \\ \hline \square \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8) \quad 35 \\ + 82 \\ \hline \square \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9) \quad 27 \\ + 33 \\ \hline \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10) \quad 76 \\ + 87 \\ \hline \square \square \square \end{array}$$

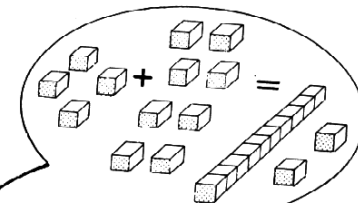
## Συνέχισε να προσθέτεις

Μπορείς να βρεις πόσο κάνει  $24+18$  χωρίς να χρησιμοποιήσεις κυβάκια:

$$\begin{array}{r} \Delta \text{ Μ} \\ 24 \\ + 18 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ + 18 \\ \hline 2 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ + 18 \\ \hline 42 \\ \hline 1 \end{array}$$



Αυτές οι 12 μονάδες  
κάνουν 1 δεκάδα  
και 2 μονάδες.

Όλα μαζί κάνουν  
4 δεκάδες.



Γύρισε σελίδα

## Smile 0460

Να κάνεις τις προσθέσεις χωρίς να χρησιμοποιήσεις κυβάρια.

$$\begin{array}{r} 1) \quad \text{Ε Δ Μ} \\ \quad 23 \\ + \quad 19 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad \text{Ε Δ Μ} \\ \quad 46 \\ + \quad 27 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad \text{Ε Δ Μ} \\ \quad 28 \\ + \quad 49 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad \text{Ε Δ Μ} \\ \quad 41 \\ + \quad 65 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5) \quad \text{Ε Δ Μ} \\ \quad 66 \\ + \quad 29 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6) \quad \text{Ε Δ Μ} \\ \quad 56 \\ + \quad 32 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7) \quad \text{Ε Δ Μ} \\ \quad 176 \\ + \quad 43 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8) \quad \text{Ε Δ Μ} \\ \quad 142 \\ + \quad 379 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9) \quad \text{Ε Δ Μ} \\ \quad 207 \\ + \quad 51 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10) \quad \text{Ε Δ Μ} \\ \quad 148 \\ + \quad 276 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11) \quad \text{Ε Δ Μ} \\ \quad 256 \\ + \quad 275 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12) \quad \text{Ε Δ Μ} \\ \quad 127 \\ + \quad 331 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13) \quad \text{Ε Δ Μ} \\ \quad 210 \\ + \quad 305 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14) \quad \text{Ε Δ Μ} \\ \quad 679 \\ + \quad 258 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15) \quad \text{Ε Δ Μ} \\ \quad 281 \\ + \quad 609 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16) \quad \text{Ε Δ Μ} \\ \quad 167 \\ + \quad 252 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

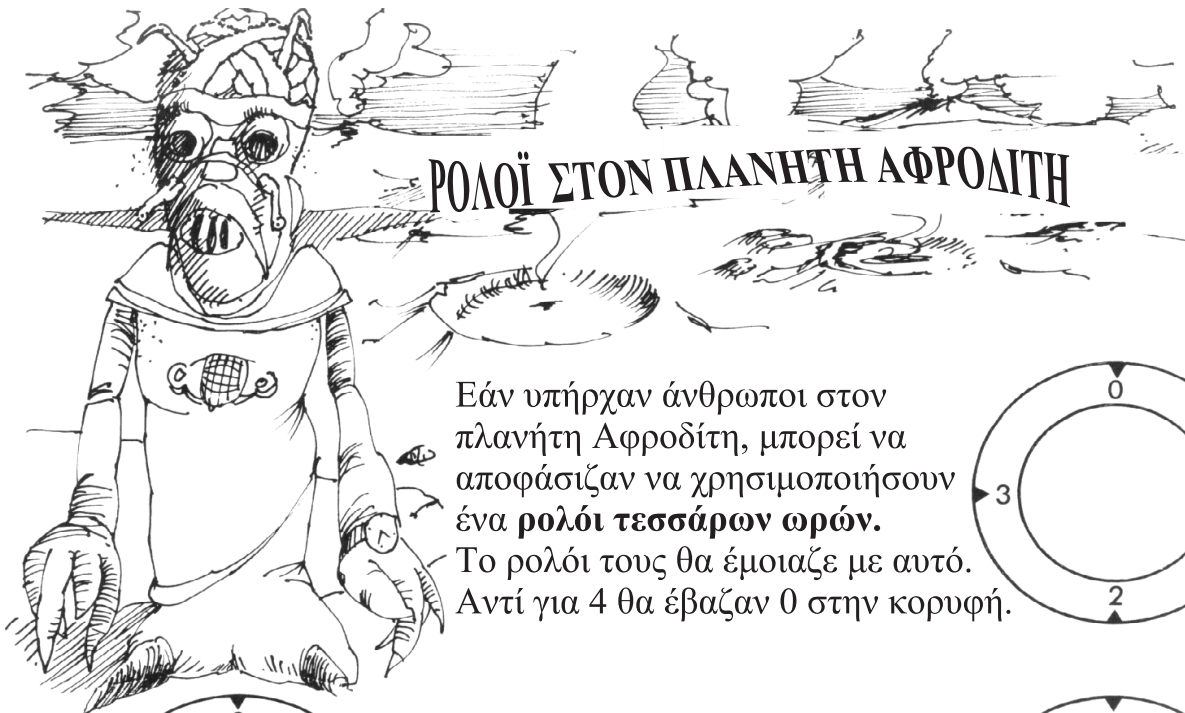
$$\begin{array}{r} 17) \quad \text{Ε Δ Μ} \\ \quad 168 \\ + \quad 205 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18) \quad \text{Ε Δ Μ} \\ \quad 254 \\ + \quad 476 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19) \quad \text{Ε Δ Μ} \\ \quad 371 \\ + \quad 562 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

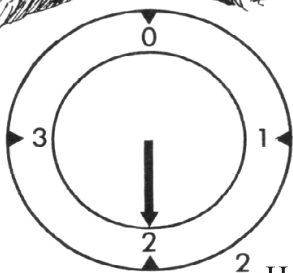
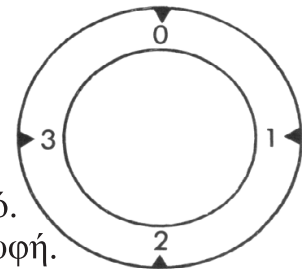
$$\begin{array}{r} 20) \quad \text{Ε Δ Μ} \\ \quad 555 \\ + \quad 777 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

Smile 0461



**ΡΟΛΟΪ ΣΤΟΝ ΠΛΑΝΗΤΗ ΑΦΡΟΔΙΤΗ**

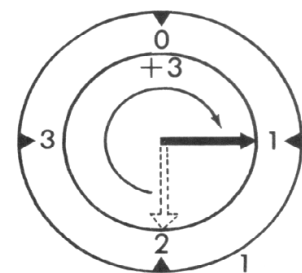
Εάν υπήρχαν άνθρωποι στον πλανήτη Αφροδίτη, μπορεί να αποφάσιζαν να χρησιμοποιήσουν ένα ρολόι τεσσάρων ωρών. Το ρολόι τους θα έμοιαζε με αυτό. Αντί για 4 θα έβαζαν 0 στην κορυφή.



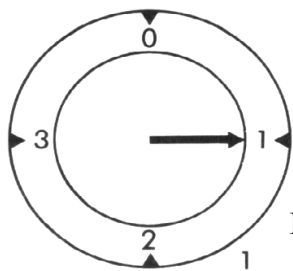
2 Η ώρα είναι 2

**+ 3**

$2 + 3 = 1$

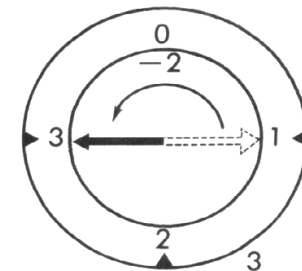


Η ώρα είναι 1



1 Η ώρα είναι 1

**- 2**



Η ώρα είναι 3

Να κάνεις τις επόμενες πράξεις σε ένα ρολόι των 4 ωρών.

- 1)  $3 + 2$
- 2)  $2 + 1$
- 3)  $1 + 3$
- 4)  $2 - 3$
- 5)  $3 + 2 + 1$

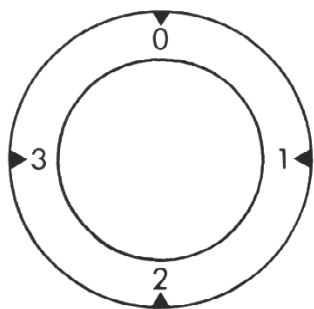
- 6)  $0 - 3$
- 7)  $2 + 3 + 2$
- 8)  $1 - 3 + 2$
- 9)  $0 - 2$
- 10)  $2 + 1 + 0$

- 11)  $3 + 2 + 1 + 3$
- 12)  $2 - 3 - 1$
- 13)  $2 + 2$
- 14)  $0 - 3 + 2$
- 15)  $3 + 3 - 2$

Γύρισε σελίδα



## Smile 0461



Τα αποτελέσματα της πρόσθεσης ή της αφαίρεσης ενός ζεύγους αριθμών σε ένα ρολόι των τεσσάρων ωρών μπορούν να τοποθετηθούν σε πίνακες.

16) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις αυτούς τους πίνακες:

+	0	1	2	3
0				
1		2		
2				1
3				

$1 + 1 = 2$  (arrow pointing to the cell containing 2)  
 $2 + 3 = 1$  (arrow pointing to the cell containing 1)

-	0	1	2	3
0			2	
1				
2		1		
3				

$2 - 1 = 1$  (arrow pointing to the cell containing 1)  
 $0 - 2 = 2$  (arrow pointing to the cell containing 2)

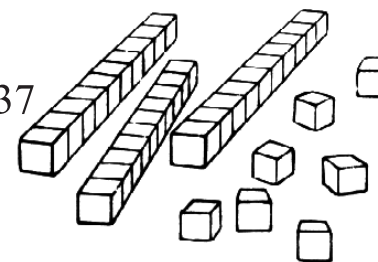
Θα χρειαστείς κυβάκια.

### Αφαιρώντας

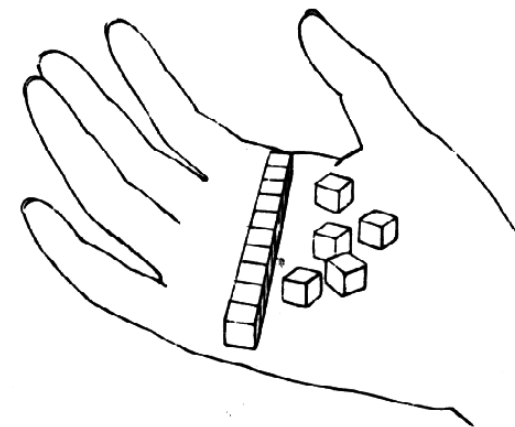
$$\begin{array}{r} 37 \\ -15 \\ \hline 22 \end{array}$$

Smile 0464

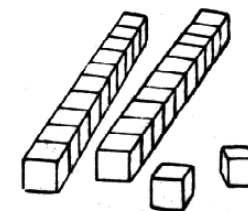
Σχημάτισε το 37



Βγάλε 15



Σου μένουν 22



Γύρισε σελίδα

Smile 0464

Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τα παρακάτω.  
Να χρησιμοποιήσεις κυβάρια.

$$\begin{array}{r} 1) \quad 27 \\ - 14 \\ \hline \square\square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad 34 \\ - 13 \\ \hline \square\square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad 46 \\ - 35 \\ \hline \square\square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad 79 \\ - 74 \\ \hline \square\square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5) \quad 37 \\ - 4 \\ \hline \square\square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6) \quad 28 \\ - 18 \\ \hline \square\square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7) \quad 34 \\ - 10 \\ \hline \square\square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8) \quad 125 \\ - 22 \\ \hline \square\square\square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9) \quad 446 \\ - 125 \\ \hline \square\square\square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10) \quad 637 \\ - 402 \\ \hline \square\square\square \\ \hline \end{array}$$

Θα χρειαστείς κυβάκια σε δεκάδες.

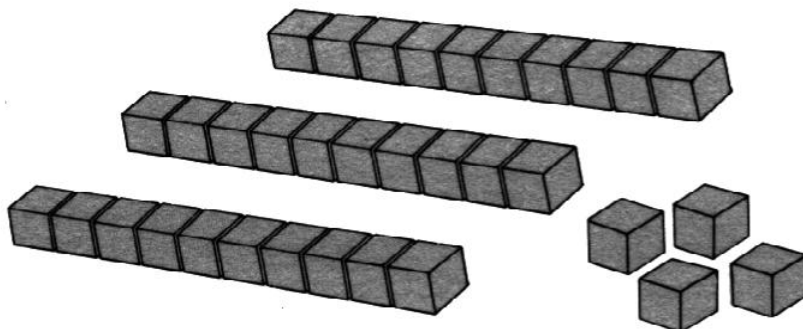
Smile 0465

# Αφαίρεση

$$34 - 18 = ;$$

Σχημάτισε το 34.

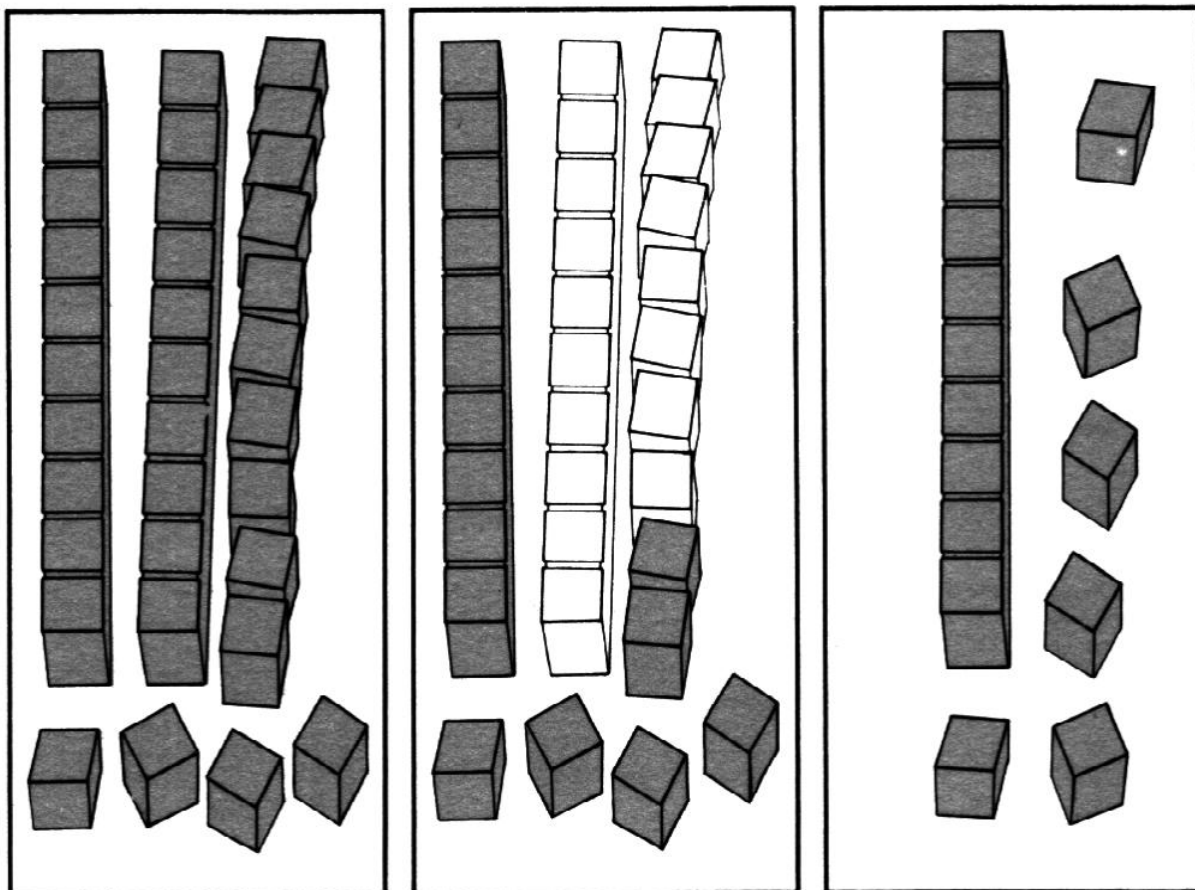
Βγάλε 18. Δεν μπορείς!



Να μετατρέψεις τη μία δεκάδα σε μονάδες.

Τώρα βγάλε 18...

...θα σου μείνουν 16.



# 34 - 18 = 16

Να κάνεις το ίδιο και για τις παρακάτω αφαιρέσεις, με βάση τη δεκάδα:

- |          |          |          |            |           |
|----------|----------|----------|------------|-----------|
| 1) 27-19 | 3) 24-17 | 5) 74-47 | 7) 92-75   | 9) 143-56 |
| 2) 36-18 | 4) 46-27 | 6) 63-36 | 8) 112-108 |           |